Axlou Toth pour l'Innovation

Année Scolaire : 2017-2018 **Lycée :** Ndondol (Diourbel)	**DEVOIR DE MATHS N°1** **(1er Semestre)**	**Niveau** : TS2 **Professeur** :M. AMAR FALL

EXERCICE 1 : (2,5 pt)

Soit $z \in \mathbb{C}$ tel que $z \neq 2i$. On pose $Z = \frac{z+1}{z-2i}$. Déterminer l'ensemble des points M(z) tels que :

1. Z soit un réel. **(0,5 pt)**
2. Z soit un imaginaire pur. **(0,5 pt)**
3. Z soit un réel strictement positif. **(1 pt)**
4. $|Z| = 1$ **(0,5 pt)**

EXERCICE 2 : (4 pts)

On considère l'équation $(E): z^3 - 4iz^2 + 4iz - 24i - 8 = 0$

1. Montrer que (E) admet une solution imaginaire pure que l'on notera z_0. **(1 pt)**
2. Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation (E). **(1 pt)**
3. Le plan complexe est muni du repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives $z_A = -2i$; $z_B = 2 + 2i$; $z_C = -2 + 4i$ et $z_D = 2$.
   - **a.** Déterminer le module et un argument de $\frac{z_B - z_A}{z_B - z_C}$. En déduire la nature du triangle ABC. $(\mathbf{0,25 + 0,5 + 0,5})$ **pts**
   - **b.** Démontrer que A, B, C et D sont sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon. **(0,75 pt)**

EXERCICE 3 :(3,5 pts)

1. Soit la fonction f définie par $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 4$
   - **a.** Dresser le tableau de variation de f. **(1 pt)**
   - **b.** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]-\infty; -1]$. En déduire le signe de f(x). **(0,75 pt)**
2. Soit g la fonction définie par $g(x) = x + 1 + 2\sqrt{x^2 - x + 1}$
   - **a.** Déterminer D_g puis calculer les limites aux bornes de D_g. **(0,75 pt)**

TOURNEZ SVP

b. Déterminer l'ensemble de dérivabilité de g et étudier les variations de g. **(1 pt)**

PROBLEME : (10 pts)

$f(x) = \begin{cases} \frac{|x^2+3x|}{x+1} & si\ x \leq 0 \\ \frac{x}{x+\sqrt{x}} & si\ x > 0 \end{cases}$ et C_f sa courbe dans un repère orthonormé (O, I, J)

1. Démontrer que $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. **(0,75 pt)**
2. Ecrire f (x) sans le symbole de la valeur absolue. $(\mathbf{0,75\ pt})$
3. Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0. Interpréter les résultats. **(0,5+0,5+0,25 pt)**
4. Déterminer la nature des branches infinies de C_f. **(1,25 pt)**
5. Calculer $f'(x)$ dans les intervalles où f est dérivable. **(1,25 pt)**
6. Dresser le tableau de variation de f puis construire C_f. **(1+1) pts**
7. Soit g la restriction de f à $]0; +\infty[$.
   - **a.** Montrer que g réalise une bijection de $]0; +\infty[$ sur un intervalle J à préciser. **(0,75pt)**
   - **b.** Montrer que g^{-1} est dérivable sur J. **(0,5 pt)**
   - **c.** Expliciter $g^{-1}(x)$. **(0,5 pt)**
   - **d.** Calculer $(g^{-1})'\left(\frac{1}{2}\right)$ **(0,5 pt)**
   - **e.** Tracer $C_{g^{-1}}$ dans le repère (O, I, J) **(0,5 pt)**

PENSEE :

Ne pas accepter la vérité, c'est adopter le mensonge. Adopter le mensonge, c'est jouer contre le diable et le jeu contre le diable est une partie que tu peux largement dominer mais que tu finiras toujours par perdre.