Chap 5 : INÉQUATIONS ET SYSTÈME D'INÉQUATIONS A DEUX INCONNUES

I- Inéquation à deux inconnues du type : $ax + by + c \geq 0$

Exemple :

On se propose de résoudre graphiquement l'inéquation (I) : $x - y + 4 \geq 0$.

Proposition de démarche

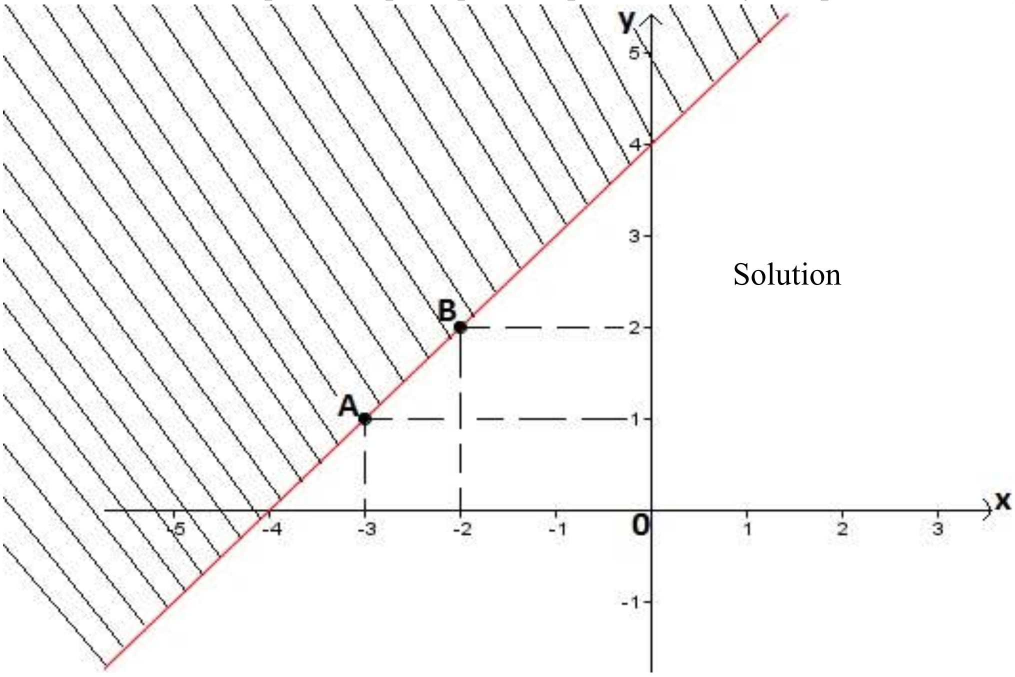
On pose	$x - y + 4 = 0$	
Points à placer	A	B
si $x =$	-3	-2
alors $y =$	1	2

On place dans un repère orthonormé les points A et B.
On trace la droite (AB) qui partage le plan en deux demi-plans de frontière (AB).
On remplace dans l'inéquation $x - y + 4 \geq 0$; x et y par 0 et 0 puis on apprécie par vrai ou faux.

$$0 - 0 + 4 \geq 0$$

$$+4 \geq 0$$

$+4 \geq 0$ vrai !!! donc le demi-plan contenant le point O est solution. On hachure le demi-plan ne contenant pas O. (Voir figure).
La solution finale est la partie du plan qui n'est pas hachurée y comprise la droite (AB).



NB : *Dans le cas d'une inégalité au sens large* ($\leq$ *ou* $\geq$) *, la droite (AB) fait partie de la solution.*

II. Résolution de système d'inéquations à deux inconnues

Exemple :

On se propose de résoudre dans IR^2, graphiquement le système d'inéquations : $\begin{cases} x - y + 4 \geq 0 \\ x + y \geq 1 \end{cases}$.

Proposition de démarche

On pose	$x - y + 4 = 0$	
Points à placer	A	B
si $x =$	-3	-2
alors $y =$	1	2

On pose	$x + y = 1$	
Points à placer	E	F
si $x =$	0	1
alors $y =$	1	0

On place dans un repère orthonormé les points $A\binom{-3}{1}$, $B\binom{-2}{2}$, $E\binom{0}{1}$ et $F\binom{1}{0}$.

On trace les droites (AB) et (EF) qui partagent chacune, le plan en deux demi-plans de frontières (AB) et (EF).

- ✓ On remplace dans l'inéquation $x - y + 4 \geq 0$; x et y par 0 et 0 puis on apprécie.

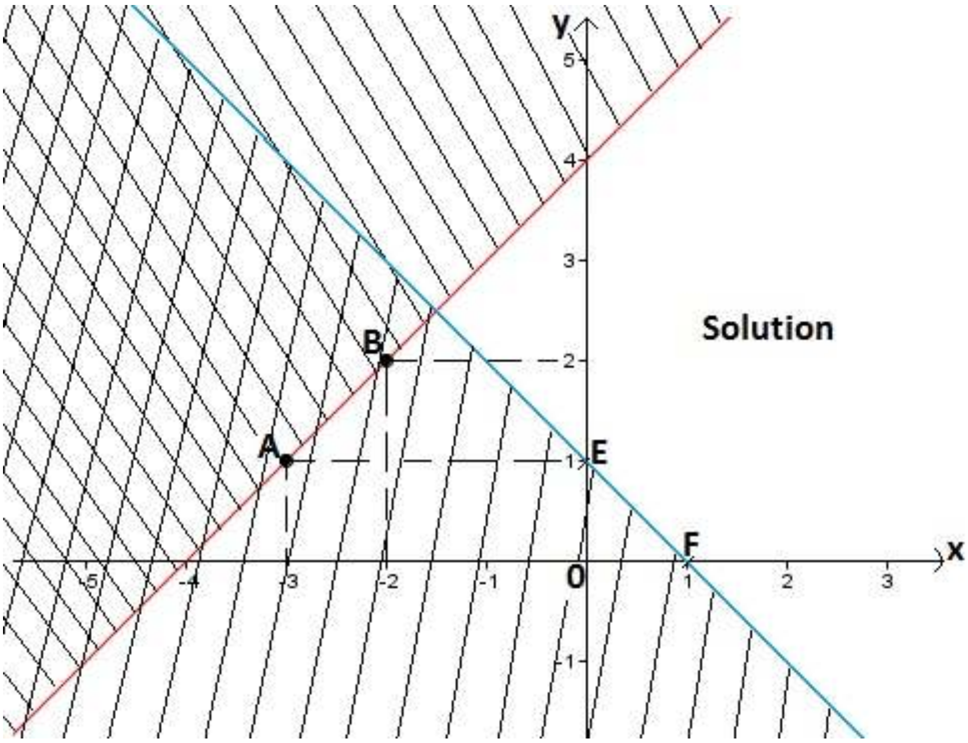
$$0 - 0 + 4 \geq 0$$

$+4 \geq 0$ vrai, donc le demi-plan contenant le point O est solution. On hachure l'autre demi-plan. (Voir figure).

- ✓ On remplacer dans l'inéquation $x + y \geq 1$; x et y par 0 et 0.

$$0 + 0 \geq 1$$

$0 \geq 1$ faux, donc le demi-plan contenant le point O n'est pas solution. On le hachure. (Voir figure). La solution finale est la partie du plan qui n'est pas hachurée.



III. Comment vérifier qu'un couple de réels est solution d'une inéquation ou d'un système d'inéquations ?

Exemple : on considère le système d'inéquations suivant : $\begin{cases} x + y < 5 \\ x + 4y - 1 > 0 \end{cases}$

Les couples (0 ; 0) et (0 ; 1) sont-ils des solutions de ce système ?

Proposition de démarche (vérification par les valeurs de vérité ''vrai ou faux'')

Comment vérifier que le couple (0 ; 0) est solution ou pas ?

Il convient de remplacer x et y respectivement par 0 et 0.

$$\begin{cases} 0 + 0 < 5 \\ 0 + 4(0) - 1 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 < 5 \ ; \ vrai \\ -1 > 0 \ ; \ faux \end{cases}$$

Comme on n'a pas **vrai** partout, donc le couple (0 ; 0) n'est pas solution.

Comment vérifier que le couple (0 ; 1) est solution ou pas ?

Il convient de remplacer x et y respectivement par 0 et 1.

$$\begin{cases} 0 + 1 < 5 \\ 0 + 4(1) - 1 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 < 5 \ ; \ vrai \\ 3 > 0 \ ; \ vrai \end{cases}$$

Comme on a **vrai** partout, donc le couple (0 ; 1) est solution du système.

NB : *dans le cas d'une seule inéquation, il convient de vérifier que le couple est solution de l'inéquation ou pas.*