Groupe Excellence

Excellez avec les meilleurs professeurs !

Matière : Sciences Physiques	P_3 : ***Applications des*** **bases de la dynamique**	**Professeur** : M. DIALLO
Niveau : T^{le}S		**Téléphone** : 77.148.28.36 lodiamatador@mail.com

INTRODUCTION

Pour étudier le mouvement d'un solide, il faut :

- Préciser le système à étudier ;
- Choisir un référentiel galiléen et lui associer des repères d'espace et de temps ;
- Faire le bilan des forces extérieures appliquées au système ;
- Utiliser une ou des lois de la dynamique et en faire l'exploitation ;
- Faire un schéma clair en représentant toutes les forces et les axes du repère ;
- Faire la projection des relations vectorielles sur les axes ;
- Faire une étude cinématique du problème.

I. Mouvements rectilignes :

I.1 Mouvement d'un projectile dans un champ de pesanteur $(\overrightarrow{v_0}//\overrightarrow{g})$

Enoncé

On lance une pierre verticalement vers le haut à partir d'une hauteur de 1m par rapport au sol avec une vitesse initiale de valeur v_0=10m/s.

1/ Etablir la loi horaire du mouvement de la pierre.

2/Calculer la hauteur maximale de la pierre par rapport au sol.

3/Calculer le temps au bout duquel la pierre tombe au sol.

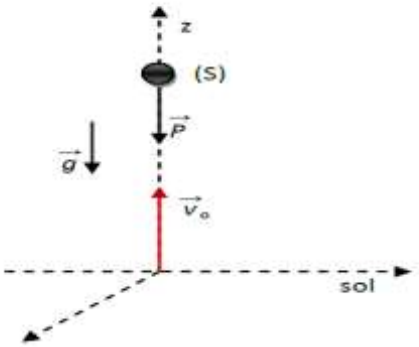
On donne : g= 9 .8m.s^{-2} on néglige la résistance de l'air.

Résolution

www.groupe-excellence.sn

Groupe Excellence

Excellez avec les meilleurs professeurs !



1/ Etablissons la loi horaire du mouvement de la pierre.

Système : solide de masse m

Référentiel terrestre supposé Galiléen

Bilan des forces : $\vec{P}$ et $\vec{R}$ ($\vec{R}$ est la résistance de l'air ; elle est négligeable devant $\vec{P}$)

$\vec{p} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{g} = \vec{a_z} = -g\vec{k} \Rightarrow \boldsymbol{a_z = -g}$; $v_z = -gt + C$

Or à t=0 $v_z = v_0 = c \Rightarrow \boldsymbol{v = -gt + v_0}$ et

$$z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0z}t + z_0$$

2/ Calculons la hauteur maximale de la pierre par rapport au sol

A la hauteur maximale ($z = z_{max}$) la vitesse v_z est nulle

$v_z = -gt + v_{0z} = 0$ $\quad t = \frac{v_{0z}}{g}$

$z_{max} = -\frac{1}{2}g(\frac{v_{0z}}{g})^2 + v_{0z}(\frac{v_{0z}}{g}) + z_0$ $\quad z_{max} = \frac{1}{2}\frac{(v_{0z})^2}{g} + z_0$

3/Calculons le temps au bout duquel la pierre tombe au sol

Si la pierre tombe on a z=0

$$z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0z}t + z_0 = 0$$

$\Delta = {v_{0z}}^2 + 2gz_0$

www.groupe-excellence.sn

Groupe Excellence
Excellez avec les meilleurs professeurs !

$$t_1 = \frac{-v_{0z} - \sqrt{\Delta}}{-g}$$

$$t_2 = \frac{-v_{0z} + \sqrt{\Delta}}{-g}$$

I.2 Plan incliné

Enoncé

Un solide de masse m glisse sans vitesse initiale sur un plan incliné non lisse d'un plan angle α par rapport à l'horizontale. En supposant que le solide est animé d'un mouvement de translation et que les forces qui lui sont appliquées sont constantes.

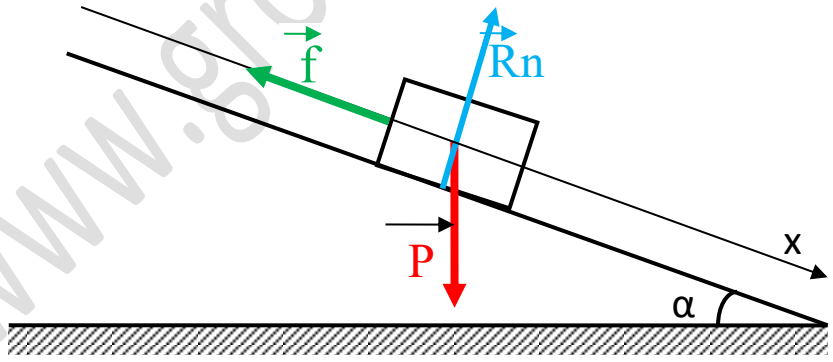
1/Etablir l'expression de l'accélération

-En appliquant le théorème du centre d'inertie

-En appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

2/Donner les équations horaires sachant qu'à t=0 ; x_0=0.

Résolution :



Système : solide de masse m

Référentiel: référentiel terrestre supposé galiléen

Bilan des forces : $\vec{P}$; $\overrightarrow{R_n}$ et $\vec{f}$

1/Détermination de l'accélération

www.groupe-excellence.sn

Groupe Excellence

Excellez avec les meilleurs professeurs !

☞ Avec le théorème du centre d'inertie : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$

Sur (x'x) : Psinα – f = ma => $a = gsin\alpha - \frac{f}{m}$

☞ Avec le théorème de l'énergie cinétique

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre t_0 et t. Soit *x* la distance parcourue à l'instant t :

$Ec(t) - Ec(t_o) = W(\vec{P}) + W(\overrightarrow{R_n}) + W(\vec{f})$

=> $\frac{1}{2}mv^2 = mgxsin\alpha - fx$

=> $\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = \frac{d}{dt}[(mgsin \propto -f)x]$; or $(U^n)' = nU'U^{n-1}$

=> $mv\frac{dv}{dt} = (mgsin\alpha - f)\frac{dx}{dt}$

=> $mva = (mgsin\alpha - f)v$

$$a = gsin\alpha - \frac{f}{m}$$

2/Equation horaire du mouvement

$a = gsin\alpha - \frac{f}{m} = cte$ => $v = at + v_0$

$or\ à\ t = 0; v = v_0 = 0$ => $v = \left(gsin\alpha - \frac{f}{m}\right)t$ et

$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ $avec\ v_0\ et\ x_0\ nuls\ d'ou\ la\ relation$

$$x = \frac{1}{2}(gsin\alpha - \frac{f}{m})t^2$$

Remarque : lorsque le mouvement s'effectue sans frottement (*f*=0), alors on a : a=gsinα et $x = \frac{1}{2}gsin\alpha t^2$.

www.groupe-excellence.sn

Groupe Excellence
Excellez avec les meilleurs professeurs !

I.3 Chute verticale dans un fluide

Enoncé

Une gouttelette d'eau sphérique de masse m et de rayon $r = 10\mu m$ tombe verticalement dans l'air à la vitesse $\vec{v}$. La valeur de la force de frottement fluide exercée par l'air, proportionnelle à $\vec{v}$, est donnée par la formule de Stockes : $\vec{f} = 6\pi\eta_{air} r\vec{v} = k\vec{v}$, où η_{air} est la viscosité de l'air.

1) Etablir l'équation reliant la vitesse de la gouttelette et sa dérivée première.

2) Déterminer la valeur limite v_l de la vitesse de la gouttelette.

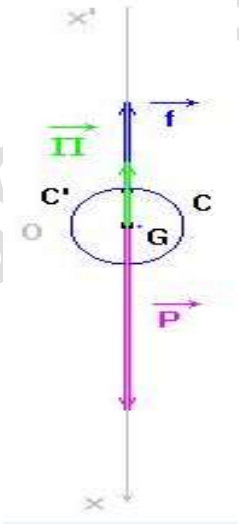
On donne : $\eta_{air} = 1{,}8.10^{-5}\ Pa.s$; $\rho_{eau} = 1.10^{3}\ kg.m^{-3}$; $\rho_{air} = 1{,}29\ kg.m^{-3}$; $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$

Résolution

Système : gouttelette d'eau

RTSG

Bilan des forces : $\vec{P}$: poids de la gouttelette avec $P = mg = \rho_{eau} Vg$; $\overrightarrow{P_A}$: poussée d'Archimède avec $P_A = m_{air} g = \rho_{air} V.g$; $\vec{f}$: force de frottement de l'air.



1) Appliquons le T.C.I. à la gouttelette :

$$\vec{P} + \overrightarrow{P_A} + \vec{f} = m\overrightarrow{a_G}$$

Suivant (x'x) vertical vers le bas :

$$P_x + P_{Ax} + f_x = ma_x \implies P - P_A - f = ma_x$$

$$\implies \rho_{eau} Vg - \rho_{air} V.g - kv_x = ma_x \implies a_x = \frac{Vg(\rho_{eau} - \rho_{air})}{m} - \frac{k}{m} v_x$$

Groupe Excellence
Excellez avec les meilleurs professeurs !

$$\Rightarrow a_x = \frac{Vg(\rho_{eau} - \rho_{air})}{\rho_{eau} V} - \frac{k}{m} v_x \Rightarrow a_x = g\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_{eau}}\right) - \frac{k}{m} v_x$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\frac{dv_x}{dt} + \frac{k}{m} v_x = g\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_{eau}}\right)}$$

On obtient une équation de la forme $\boldsymbol{\frac{dv_x}{dt} + \frac{1}{\tau} v_x = C^{te}}$ traduisant une équation différentielle du 1er ordre à coefficients constants, avec un second membre non nul.

La solution de cette équation est de la forme : $v_x = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B$, où A et B sont des constantes.

2) Lorsque la vitesse limite v_l est atteinte, alors :

$\boldsymbol{v_x = v_l = Cte} \Rightarrow \frac{dv_x}{dt} = 0$, il vient : $\frac{k}{m} v_l = g\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_{eau}}\right)$

$$\Rightarrow v_l = \frac{mg}{k}\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_{eau}}\right) \Rightarrow \boldsymbol{v_l = \frac{2r^2 g}{9\eta_{air}}(\rho_{eau} - \rho_{air})}$$

Application numérique : $v_l = \frac{2\times(10.10^{-6})^2 \times 9{,}8}{9\times 1{,}8.10^{-5}}(1.10^3 - 1{,}29)$

$$\Rightarrow v_l \simeq 1{,}2.10^{-2} m.s^{-1}$$

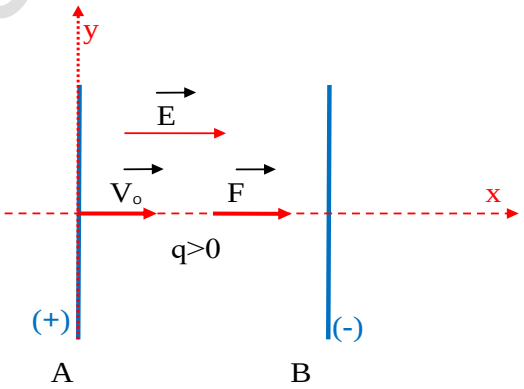
I.4 Mouvement d'une particule chargée dans un champ $\vec{E}$ uniforme : cas où $\vec{E}$ // $\overrightarrow{v_0}$

Enoncé

Une particule de charge q arrive avec une vitesse $\overrightarrow{v_0}$ en un point 0 d'un condensateur plan comme indiqué sur le schéma. La distance entre les armatures est d et on établit une tension U_{AB}=U entre les plaques.

1/Déterminer l'équation horaire du mouvement et la nature du mouvement.

2/Déterminer la vitesse V de la particule à la plaque B.



www.groupe-excellence.sn

Groupe Excellence
Excellez avec les meilleurs professeurs !

Résolution

Système : particule chargée

Référentiel : référentiel terrestre supposée galiléen

Bilan des forces : $\vec{P}$ et $\overrightarrow{F_e}$ ($\vec{P}$ négligeable devant $\overrightarrow{F_e}$)

1) RFD : $\overrightarrow{F_e} = m\vec{a}$ => $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = \frac{qE}{m} \\ a_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \vec{v}\begin{cases} v_{x=} \frac{q}{m}Et+v_0 \\ v_{y=} \quad 0 \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{cases} x = \frac{q}{m}Et^2 + v_0 t \\ y = \quad 0 \end{cases}$$

C'est un mouvement rectiligne uniformément varié

2) $\Delta E_C = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = q(V_A - V_B) = qU$

$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m} + v_0^2}$$

Remarque : la particule n'est pas déviée.

II. Mouvements paraboliques

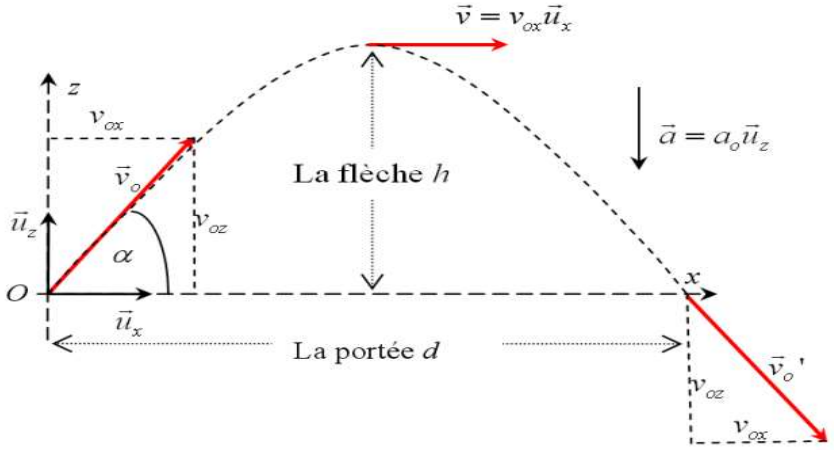
II.1 Mouvement d'un projectile dans un champ de pesanteur : cas ou $\overrightarrow{v_o}$ non colinéaire à $\vec{g}$

Enoncé : Un projectile est tiré du sol avec une vitesse $\overrightarrow{v_o}$ faisant un angle α avec l'horizontal (angle de tir).

1) Déterminer l'accélération du mouvement
2) Etablir les équations horaires du mouvement ; en déduire l'équation de la trajectoire.
3) Déterminer l'altitude maximale atteint par le projectile (la flèche)
4) déterminer la portée du tir.
5) Etablir l'équation de la parabole de sûreté

www.groupe-excellence.sn

Groupe Excellence
Excellez avec les meilleurs professeurs !



Résolution

1) Déterminons l'accélération $\vec{a}$

Système : (projectile)

Référentiel : terrestre

Bilan des forces : le poids $\vec{P}$

RFD : $\vec{P} = m\vec{a}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\vec{g} = \vec{a}}$

2) les équations

☞ les équations horaires

$$\overrightarrow{OM_O}\begin{cases} x_o = o \\ y_o = o \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{v_o}\begin{cases} v_{ox} = v_o \cos\alpha \\ v_{oy} = v_o \sin\alpha \end{cases}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{v}\begin{cases} v_x = v_o \cos\alpha \\ v_y = -gt + v_o \sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_o \cos\alpha\, t & (1) \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_o \sin\alpha\, t & (2) \end{cases}$$

(2)

☞ Equation de la trajectoire

(1) $t = \frac{x}{v_o cos\alpha}$ alors (2) devient : $Y = \frac{-gx^2}{2(v_o cos\alpha)^2} + x\tan\alpha$

$$\boldsymbol{y = \frac{-gx^2}{2(v_o cos\alpha)^2} + x\tan\alpha}$$

La trajectoire est parabolique car l'équation est de la forme $\boldsymbol{y = ax^2 + bx + c}$

3) Détermination de l'altitude maximale

www.groupe-excellence.sn

Groupe Excellence
Excellez avec les meilleurs professeurs !

si on atteint le point max alors $v_y = 0$

$v_y = 0 \quad \Rightarrow \quad -gt_{max} + V_O sin\alpha = 0 \Rightarrow$ $\boxed{t_{max} = \frac{V_O sin\alpha}{g}}$

$y_{max} = -\frac{1}{2}gt_{max}^2 + v_o \sin\alpha t_{max} \Rightarrow y_{max} = -\frac{1}{2}g(\frac{V_O sin\alpha}{g})^2 + v_o \sin\alpha(\frac{V_O sin\alpha}{g})$

$$\boxed{y_{max} = \frac{(v_o sin\alpha)^2}{2g}}$$

Résultat à retrouver par le **TEC** ou par $\frac{dy}{dx} = 0$

4) La portée du tir

La portée c'est la distance OP, P étant le point d'impact du projectile sur le plan horizontal passant par O.

- Les coordonnées de la portée

Au point P : $y = 0$

$$y_p = \frac{-gx_p^2}{2(v_o cos\alpha)^2} + x_p \tan\alpha = 0 \Rightarrow x_p = 0 \; ou \; \frac{-gx_p}{2(v_o cos\alpha)^2} + \tan\alpha = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{2\tan\alpha(v_o cos\alpha)^2}{g} = x_p \Rightarrow \begin{cases} x_p = \frac{v_o^2 sin2\alpha}{g} \\ y_p = 0 \end{cases}$$

Remarque : la portée est max si $\sin 2\alpha = 1 \Rightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$

- Le temps mis pour atteindre la portée

$t_p = \frac{x_p}{v_o cos\alpha} = \frac{v_o^2 sin2\alpha}{g v_o cos\alpha} = \frac{2v_o sin\alpha cos\alpha}{g cos\alpha} = \frac{2v_o sin\alpha}{g}$ $\boxed{t_p = \frac{2v_o sin\alpha}{g}}$

- calcul de v_p

On a $t_p = \frac{2v_o sin\alpha}{g}$ et $\vec{v}\begin{cases} v_x = v_o \cos\alpha \\ v_y = -gt + v_o \sin\alpha \end{cases}$ si on remplace t_p par sa valeur on obtient :

$$\overrightarrow{v_p}\begin{cases} v_{p_x} = v_o \cos\alpha \\ v_{p_y} = -g\frac{2v_o sin\alpha}{g} + v_o \sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{v_p}\begin{cases} v_{p_x} = v_o \cos\alpha \\ v_{p_y} = -v_o \sin\alpha \end{cases}$$

www.groupe-excellence.sn

Groupe Excellence
Excellez avec les meilleurs professeurs !

$v_p = \sqrt{{v_{p_x}}^2 + {v_{p_y}}^2} = \sqrt{{v_o}^2 cos^2\alpha + {v_o}^2 \sin^2\alpha} = v_o\sqrt{cos^2\alpha + \sin^2\alpha} = v_o$

$$\boxed{v_p = v_o}$$

1) Equation de la Parabole de sûreté (l'ensemble des points P susceptibles d'être touchés par le tir)

Soit $P(x_P, y_P)\ \epsilon\ \varphi \Rightarrow y_P = \frac{-gx_P{}^2}{2(v_o cos\alpha)^2} + x_P \tan\alpha$; or $\frac{1}{cos^2\alpha} = \mathbf{1 + tan^2\alpha}$

$$\Rightarrow y_P = -\frac{gx_P{}^2}{2v_0{}^2}(1 + tan^2\alpha) + x_P \tan\alpha \Rightarrow y_P = -\frac{gx_P{}^2}{2v_0{}^2} - \frac{gx_P{}^2}{2v_0{}^2}\, tan^2\alpha + x_P \tan\alpha$$

$$\Leftrightarrow -\frac{gx_P{}^2}{2v_0{}^2} - \frac{gx_P{}^2}{2v_0{}^2}\, tan^2\alpha + x_P \tan\alpha - y_P = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{gx_P{}^2}{2v_0{}^2} tan^2\alpha + x_P \tan\alpha - \left(\frac{gx_P{}^2}{2v_0{}^2} + y_P\right) = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = {x_p}^2 - 4\frac{gx_P{}^2}{2v_0{}^2}\left(\frac{gx_P{}^2}{2v_0{}^2} + y_P\right) \geq 0$$

$$\Rightarrow {x_p}^2\left[1 - 2\frac{g}{v_0{}^2}\left(\frac{gx_P{}^2}{2v_0{}^2} + y_P\right)\right] \geq 0\ ;\ or\ x_P \neq 0\ pour\ t \neq 0$$

$$\Rightarrow 1 - 2\frac{g}{v_0{}^2}\left(\frac{gx_P{}^2}{2v_0{}^2} + y_P\right) \geq 0$$

$$2\frac{g}{v_0{}^2}\left(\frac{gx_P{}^2}{2v_0{}^2} + y_P\right) \leq 1 \Rightarrow \frac{gx_P{}^2}{2v_0{}^2} + y_P \leq \frac{v_0{}^2}{2g} \Rightarrow \boldsymbol{y_P \leq -\frac{gx_P{}^2}{2v_0{}^2} + \frac{v_0{}^2}{2g}}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{y_P = -\frac{gx_P{}^2}{2v_0{}^2} + \frac{v_0{}^2}{2g}}\ \textbf{est l'équation de la parabole de sûreté.}$$

Elle coupe l'axe des abscisses en Q tel que $x_Q = OQ = \frac{v_0{}^2}{g}$ et l'axe des ordonnées au point K tel que $y_K = OK = \frac{v_0{}^2}{2g}$.

II.2 Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme : Cas où $\vec{E}$ orthogonal à $\overrightarrow{v_0}$

Enoncé :

Les deux armatures A et B d'un condensateur plan sont disposées dans le vide parallèlement à l'axe Ox, leur distance est d=4.0 cm et leur longueur est L=10cm.

www.groupe-excellence.sn

Groupe Excellence

Excellez avec les meilleurs professeurs !

Un faisceau d'électrons homocinétiques pénètre en O entre ces deux armatures avec une vitesse $\overrightarrow{v_0}$ parallèle à l'axe (Ox) et de valeur v_0=2,5 10^4 Km/s.

Données : masse de l'électron : m=9,1.10^{-31}Kg ; charge de l'électron : $-e=-1{,}6.10^{-19}$C

1-)Quel est doit être le signe de la tension U_{AB} pour que les électrons soient déviés vers l'armature A.

2-) On établit entre les armatures une tension U_{AB}=400V. Déterminer la trajectoire d'un électron dans le champ électrique créé par le condensateur. On utilisera le repère $(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{Oy})$ de la figure ; la date t=0 est la date à laquelle l'électron arrive au point d'origine O.

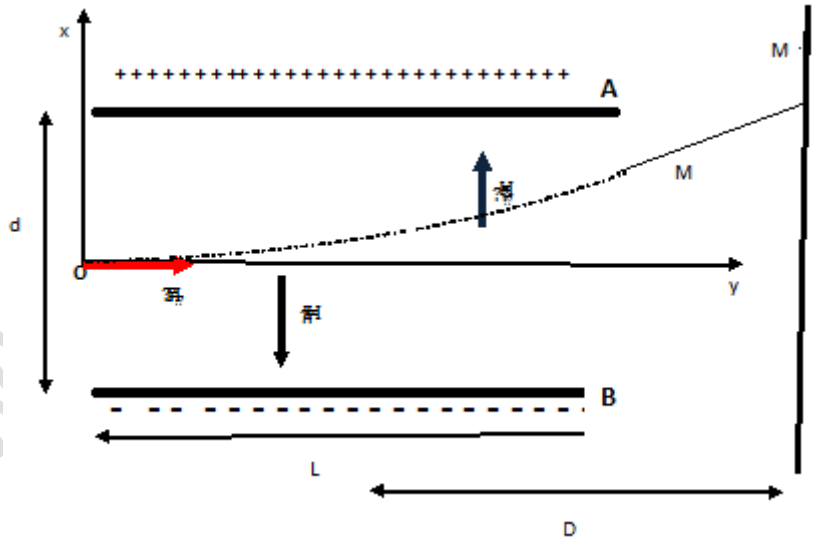
3-) Déterminer l'ordonnée du point S où les électrons sortent du champ. Calculer la vitesse des électrons en S et la déviation électrique α (déflexion électrique).

4-) Un écran fluorescent est placé à la distance D=20cm du point I tel que $x_I = \frac{L}{2}$, perpendiculairement à l'axe (Ox). Déterminer l'ordonnée du point d'impact K des électrons sur cet écran.

5-) Exprimer la tension de l'oscilloscope étudié en fonction de la sensibilité verticale et de l'ordonnée du point d'impact K sur l'écran.

6-) Quelles sont les conditions sur *U et* v_0 pour que la particule puisse émerger de l'espace compris entre les deux armatures (conditions d'émergence) ?

Schéma



Résolution:

1) Pour que les électrons (chargés négativement) soient déviés vers le haut, il faut que l'armature A soit chargé positivement (attraction) et l'armature B négativement (répulsion) ; donc $U_{AB} = V_A - V_B > 0$

Groupe Excellence
Excellez avec les meilleurs professeurs !

2) Le système considéré est un électron dont le mouvement est étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Le repère à utiliser est précisé par l'énoncé qui fait l'hypothèse implicite que le mouvement s'effectue dans le plan (xOy). On suppose le poids négligeable, la force électrique étant ainsi la seule force appliquée.

Le TCI permet : $\overrightarrow{F_e} = q\vec{E} = -e\vec{E} = m\vec{a} \rightarrow \vec{a} = \frac{-e\vec{E}}{m}$

$\vec{E}$ est dirigé de l'armature positive vers l'armature négative (vers les potentiels décroissants), donc $\vec{a}$ est dirigé dans le même sens que $\overrightarrow{Oy}$.

Ecrivons les coordonnées des vecteurs :

$$\overrightarrow{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{eE}{m} \end{cases} \quad ; \quad \overrightarrow{v_0}\begin{cases} v_x = v_0 \\ V_{y0} = 0 \end{cases} \quad ; \quad \overrightarrow{OM_o}\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

$$\overrightarrow{V}\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = \frac{eEt}{m} \end{cases} \qquad \overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{eE}{2m}t^2 \end{cases}$$

t= $\frac{x}{v_0} \Longrightarrow$ **y=** $\boldsymbol{\frac{eE}{2mv_0^2}x^2}$ équation de la trajectoire.

La trajectoire est un arc de parabole d'axe (Oy) (c'est l'axe de symétrie de la parabole).

3-) Le point S où les électrons sortent du champ est caractérisé par $\mathbf{x_S = L = 0.10m}$ d'où $\mathbf{y_S} = \boldsymbol{\frac{eU}{2mdv_0^2}L^2}$= 1.40*(0.10)^2=1.4cm et $\boldsymbol{yS < \frac{d}{2}}$, donc les électrons sortent du condensateur.

Déterminons les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{v_S}$. On doit connaitre le temps mis par un électron pour aller de O à S. On utilise le mouvement sur $\overrightarrow{Ox}$:

$x = v_0 t$ et $or\ x_S = L \Rightarrow t_S = \frac{L}{v_0}$ = 4.0.10^{-9}s d'où $v_{Sy} = \frac{eE}{mv_0}L$= 7.03.10^{6}m/s et $v_{Sx}=v_0$= 2,5.10^{7}m/s ; $v_S = \sqrt{v_{Sx}^2 + v_{Sy}^2}$ = 2,6.10^{6}m/s

La déviation électrique vaut alors: tanα= $\frac{v_{Sy}}{v_{Sx}}$ = 0,28 ⇒ α = 15.6°

4-) L'ordonnée du point d'impact y_K

Rappel mathématiques : La tangente à la courbe d'axe (Oy) au point M coupe l'axe (Ox) au point d'abscisse$x = \frac{x_S}{2}$. L'angle α se retrouve donc en I. Au-delà de S, l'électron a un mouvement rectiligne uniforme suivant la direction de $\overrightarrow{v_S}$ car il n'est soumis à aucune force (principe d'inertie). Soit K le point d'impact sur l'écran. Le triangle IJK rectangle en J (projeté de I sur l'écran).

Donc, dans IJK : $\tan\alpha = \frac{\overline{JK}}{\overline{IJ}} \Rightarrow \overline{JK} = \overline{IJ}\ \tan\alpha = (D+\frac{L}{2})\tan\alpha$

www.groupe-excellence.sn

Groupe Excellence
Excellez avec les meilleurs professeurs !

$\Rightarrow \overline{JK}$ =y_K= 25 tan15.6° = 7.0cm

5-) Sensibilité verticale $\boldsymbol{U_{AB} = S_v y_I}$ d'un oscilloscope

L'oscilloscope est un appareil électronique qui permet de visualiser les variations de tension ou de courant d'un circuit électrique ou électronique au cours du temps.

Les triangles IJK et IPS sont en situation de Thalès. P étant le projeté de S sur l'axe $\overrightarrow{Ox}$

$$\tan\alpha = \frac{y_S}{\frac{L}{2}} = \frac{y_K}{\left(D+\frac{L}{2}\right)} \Rightarrow y_K = \frac{2y_S}{L}\left(D+\frac{L}{2}\right)$$

Or $\boldsymbol{y_S = \frac{eU}{2mdv_0^2}L^2 \Rightarrow y_K = \left(D+\frac{L}{2}\right)\frac{eUL}{mdv_0^2}}$; $\boldsymbol{y_K}$ est proportionnel à **U**

$$\Rightarrow \boldsymbol{U = \frac{mdv_0^2}{eL\left(D+\frac{L}{2}\right)} = S_v\, y_K.}$$

***S_v* est la sensibilité verticale d'un oscilloscope.**

6-) Condition d'émergence de la particule caractérisée par ses coordonnées x_M et y_M

Pour $x_M = L, on\ a\ y_M \leq \frac{d}{2} \Rightarrow \frac{eU}{2mdv_0^2}L^2 \leq \frac{d}{2}$;

$$\text{-}Pour\ v_0\ donnée, il\ faut: U \leq \frac{md^2v_0^2}{eL^2} \Rightarrow U_{max} = \frac{md^2v_0^2}{eL^2}\ (condition\ d'émergence)$$

$$\text{-}Pour\ U\ donnée, il\ faut\ v_0 \geq \sqrt{\frac{eUL^2}{md^2}} \Rightarrow v_{0min} = \sqrt{\frac{eUL^2}{md^2}}\ (condition\ d'émergence)$$

III. MOUVEMENTS CIRCULAIRES UNIFORMES

III.1 Pendule conique

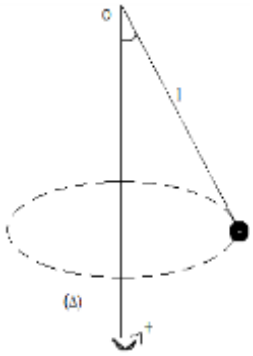
Enoncé

Considérons un pendule constitué d'un fil inextensible de longueur l à l'extrémité duquel on fixe une bille de masse m, l'autre extrémité étant fixé au point O. le dispositif tourne lentement autour d'un axe (Δ) en mouvement circulaire uniforme de vitesse angulaire ω égale à une constante

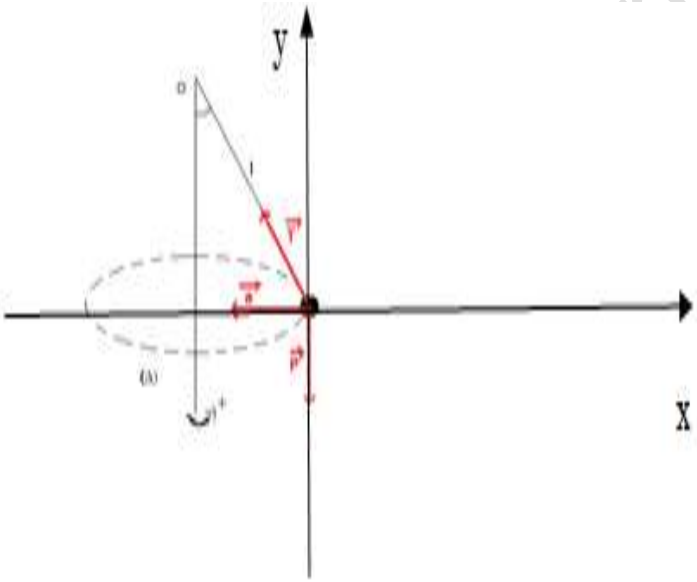
1. Déterminer la tension du fil en l'exprimant en fonction de la vitesse angulaire ω.
2. Donner l'angle Θ dont s'écarte le fil de la verticale en fonction de ω.
3. Déterminer la vitesse minimale de rotation à partir de laquelle la bille s'écarte de sa position d'équilibre.

www.groupe-excellence.sn

Groupe Excellence
Excellez avec les meilleurs professeurs !



Résolution



1. Système étudié : pendule

Référentiel : terrestre supposé galiléen

Bilan des forces : $\vec{P} et \vec{T}$

$TCI : \Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a} = \mathrm{m}\overrightarrow{a_n}$

$$Sur\ (x'x) on\ a : Px + Tx = \mathrm{ma_x} \Rightarrow 0 - \mathrm{T}\sin\theta = -\mathrm{m}a_n \Rightarrow$$

$$Tsin\Theta = m\frac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{R}}\ or\ a_n = \frac{v^2}{R} \Rightarrow Tsin\Theta = m\frac{R^2\omega^2}{R} = mR\omega^2$$

$Or\ R = lsin\Theta \Rightarrow Tsin\Theta = mlsin\Theta\omega^2 \Rightarrow$

$$\boxed{T = ml\omega^2}$$

2. Valeur de Θ en fonction de ω

Groupe Excellence
Excellez avec les meilleurs professeurs !

$Sur\ yy', on\ a\ \Rightarrow P_y + T_y = ma_y\ ;\ or\ a_y = 0\ \Rightarrow -P + T\cos\Theta = 0\ \Rightarrow$

$$T\cos\Theta = mg \Rightarrow \cos\Theta = \frac{mg}{ml\omega^2} \Rightarrow \cos\Theta = g/l\omega^2 \Rightarrow \Theta = \cos^{-1}\frac{g}{l\omega^2}$$

3. Vitesse minimale de rotation

$$\cos\Theta = g/l\omega^2 \leq 1 \Rightarrow g \leq l\omega^2 \Rightarrow \omega^2 \geq g/l \Rightarrow \omega \geq \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow$$

$$\omega_{min} = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

III .2 Virage

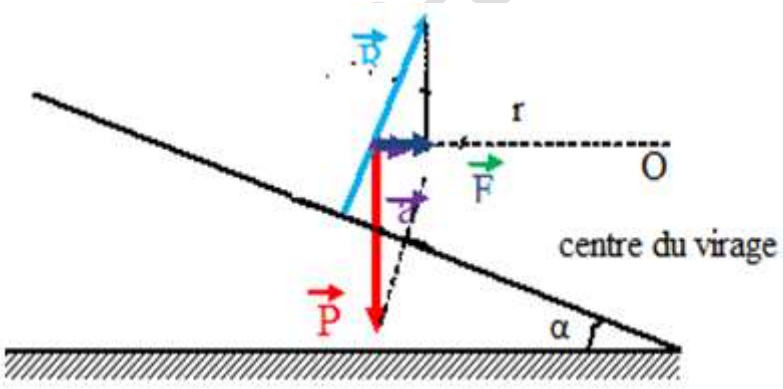
Enoncé

On étudie le mouvement d'un cycliste dans un virage relevé d'un angle α par rapport à l'horizontale ; on suppose une absence totale de frottements entre la route et la bicyclette.

Le rayon du virage étant r, calculer la vitesse v que le cycliste doit avoir pour tourner sans encombrement.

Données : r= 5° ; r=250m ; g=9.8ms^{-2}

Résolution :



Système : cycliste

Bilan des forces : $\vec{P}$, $\vec{R}$

Mouvement circulaire uniforme ⇒ $\vec{a}$= $\vec{a_n}$

Théorème du centre d'inertie : $\vec{P}+\vec{R}=\vec{F}=m\,\vec{a}$

$$\vec{F}=m\vec{a_n} \Longrightarrow F = ma_n\ et\ tan\alpha = \frac{F}{P} = \frac{ma_n}{mg}$$

Groupe Excellence
Excellez avec les meilleurs professeurs !

Or $a_N = \frac{v^2}{r}$

$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{v^2}{rg} \Rightarrow \quad v = \sqrt{rgtan\alpha}$

AN: $v = 52.7kmh^{-1}$

Remarque**:** si on suppose une absence totale de frottement, le cycliste ne peut tourner qu'à cette vitesse, pour une vitesse supérieure il est emporté vers l'extérieur. Dans le cas où sa vitesse est inférieure, il descend vers le bas du virage.

IV. Mouvements curvilignes:

IV.1 Cas du pendule en rotation dans un plan verticale

Enoncé

Un solide s de masse m supposé ponctuel est suspendu par l'intermédiaire d'un fil inextensible de longueur l=50cm. Le solide étant initialement immobile en M_0, on lui communique une vitesse horizontale $\overrightarrow{v_0}$ de telle sorte qu'il décrive un cercle de centre O dans un plan vertical.

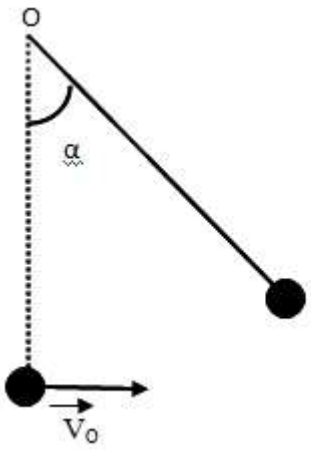
La position M du solide dans son mouvement est repérée par l'angle α= $(\overrightarrow{OM_0}, \overrightarrow{OM})$.

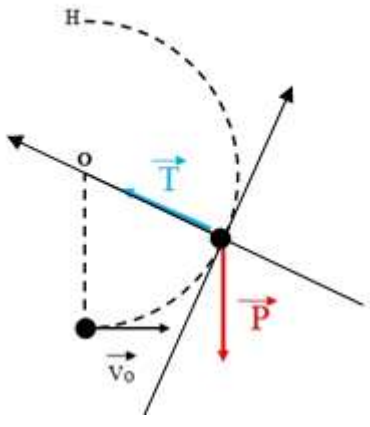
1-) Montrer que l'intensité de la tension $\vec{T}$ du fil, exprimée en fonction de la norme de la vitesse v du solide, de la masse m, g,l et α, peut s'écrire :

$$\boldsymbol{T = mg\cos\alpha + m\frac{v^2}{l}}$$

2-) Quelle est la valeur minimale v_{Hmin} de la vitesse, au point culminant H atteint par le solide, pour que le fil reste tendu.

3-) En déduire la valeur minimale v_{0min} initialement communiquée au solide.





Résolution

Groupe Excellence
Excellez avec les meilleurs professeurs !

Système : solide

Référentiel terrestre supposé galiléen

Bilan des forces : $\vec{P}$; $\vec{T}$

1-) Le TCI appliqué au solide à l'instant où le fil fait avec la verticale un angle α donne : $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

En projetant suivant la normale on tire T= mgcosα+ m$\frac{V^2}{l}$

2-) En H, on a α= π rad, ce qui donne la tension $T_H = mg\cos\pi + m\frac{V_H^2}{l}$

Le fil est tendu en H si $T_H > 0 \Rightarrow v_H > \sqrt{gl} \implies v_{Hmin} = \sqrt{gl} = 2{,}21 m.s^{-1}$

En appliquant le TEC au solide entre les positions du fil définies par $\alpha = 0$ et $\alpha = \pi$, on obtient
$\frac{1}{2}mv_H^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -2mgl \Rightarrow v_H^2 = v_0^2 - 4gl \; or \; v_H^2 > gl$

$\Rightarrow \; {v_0}^2 - 4g > gl \; \Rightarrow v_0 > \sqrt{5gl} \Longrightarrow v_{0min} = 4{,}95 m.s^{-1}$

IV.2 Cas de la poulie

Enoncé

Un chariot C supposé ponctuel de masse M, est tiré sans frottements sur un plan incliné par un contre- poids C_1 de masse m comme l'indique la figure ci-dessous.

1) Cas 1 : la poulie est de masse négligeable

1-1) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer l'accélération du mouvement du chariot ; en déduire la nature du mouvement.

1-2) Retrouver ce résultat en appliquant la deuxième loi de Newton.

1-3) Déterminer les expressions littérales des tensions $\vec{T}$ et $\vec{T}$' du câble de part et d'autre de la poulie en fonction de m, M et α.

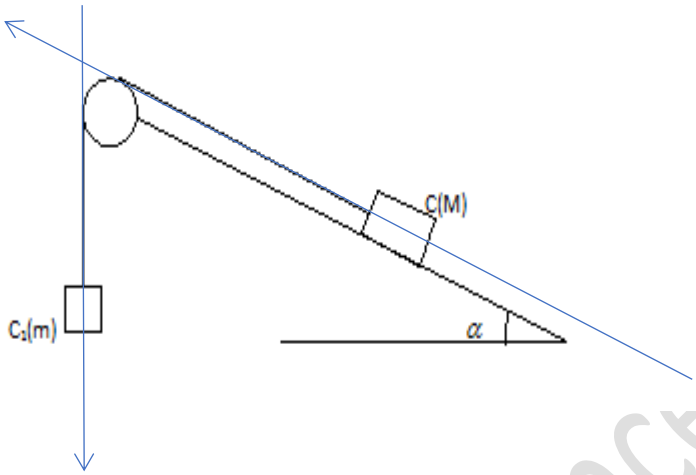
2) Cas 2 : la poulie, de rayon r, a un moment d'inertie J par rapport à son axe

2-1) Reprendre la question 1-1)

2-2) Reprendre la question 1-3)

www.groupe-excellence.sn

Groupe Excellence
Excellez avec les meilleurs professeurs !



Résolution :

1) 1er cas

1-1) Système : $\{C, C_1, poulie\}$

RTSG

Bilan des forces extérieures : $\vec{P}$: *poids du chariot C* ; $\overrightarrow{P_1}$: *poids du contrepoids* ; $\overrightarrow{R_a}$: *réaction de l'axe de la poulie* ; $\overrightarrow{P_p}$: *poids de la poulie, négligeable* ; $\vec{R}$: *réaction du plan incliné*

Le TEC permet :

$$\Delta E_c = \sum W(\overrightarrow{F_{ex}})$$

$$\Rightarrow E_c(t) - E_c(t=0) = W(\overrightarrow{P_1}) + W(\vec{P})\ ; \textit{tous les autres travaux sont nuls}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(m+M)v^2 - 0 = mgh_1 - MgH$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(m+M)\ \frac{d}{dt}\ v^2 = mg\frac{dh_1}{dt} - Mg\frac{dH}{dt}$$

Avec $h_1 = x$ *et* $H = x\sin\alpha$

$$Et\ \frac{dv^2}{dt} = 2v\frac{dv}{dt}\ ;\ \frac{dh_1}{dt} = \frac{dx}{dt} = v\ ;\ \frac{dH}{dt} = v\sin\alpha$$

Par suite : $(m+M)v\frac{dv}{dt} = vg(m - M\ sin\,\alpha)$

$$\Rightarrow (m+M)a = g(m - M\ sin\,\alpha)$$

Finalement : $\boldsymbol{a = \frac{g(m-M\ sin\,\alpha)}{(m+M)}}$**=Cte> 0**

Comme $\vec{a}.\vec{v} > 0 \Rightarrow$ *Le mouvement est rectiligne uniormément accéléré.*

www.groupe-excellence.sn

Groupe Excellence
Excellez avec les meilleurs professeurs !

1-2) Par le TCI :

Système : $\{Chariot\ C\}$

RTSG

Bilan des forces extérieures : $\vec{P}$: $poids\ du\ chariot\ C$; $\vec{R}$: $réaction\ du\ plan\ incliné$; $\vec{T}$: $tension\ du\ fil$

Le TCI permet : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = M\vec{a}$

Suivant $x'x$: $P_x + R_x + T_x = Ma_x$

$-Mg \sin\alpha + T = Ma$

$\Longrightarrow T = Ma + Mg\ sin\,\alpha$ (1)

Système : $\{Contre - poids\ C_1\}$

RTSG

Bilan des forces extérieures : $\overrightarrow{P_1}$: $poids\ du\ contrepoids$; $\overrightarrow{T'}$: $tension\ du\ fil$

Le TCI permet : $\overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{T'} = m\vec{a}$

Suivant $x'x$: $P_{1x} + T_x{}' = ma_x$

$mg - T' = ma$

$\Longrightarrow T' = m(g - a)$ (2)

Comme $T' = T$

D'après (1) et (2) : $Ma + Mg\ sin\,\alpha = m(g - a)$

Donc : $\boldsymbol{a = \frac{g(m - M\ sin\,\alpha)}{(m+M)}}$

1-3) Indication : remplacer $\boldsymbol{a}$ dans (1) ou (2) et tirer les expressions des tensions.

2) **Cas 2**

2-1) Système : $\{C, C_1, poulie\}$

RTSG

Bilan des forces extérieures : $\vec{P}$: $poids\ du\ chariot\ C$; $\overrightarrow{P_1}$: $poids\ du\ contrepoids$; $\overrightarrow{R_a}$: $réaction\ de\ l'axe\ de\ la\ poulie$; $\overrightarrow{P_p}$: $poids\ de\ la\ poulie, négligeable$; $\vec{R}$: $réaction\ du\ plan\ incliné$

Le TEC permet : $E_c(t) - E_c(t = 0) = \sum W(\overrightarrow{E_x})$

www.groupe-excellence.sn

Groupe Excellence
Excellez avec les meilleurs professeurs !

$$\frac{1}{2}(Jw^2 + mv^2 + Mv'^2) = W(\overrightarrow{P_1}) + W(\vec{P})$$

$$\frac{1}{2}(Jw^2 + mv^2 + Mv'^2) = mgh_1 - MgH$$

$$\text{Or } \omega = \frac{v}{r} = \frac{v'}{r} \Rightarrow v = v'$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\left(J\frac{v^2}{r^2} + mv^2 + Mv^2\right) = gx(m - M\sin\alpha)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{J}{r^2} + m + M\right)v^2 = gx(m - M\sin\alpha)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{J}{r^2} + m + M\right)\frac{dv^2}{dt} = g(m - M\sin\alpha)\frac{dx}{dt}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{J}{r^2} + m + M\right)v.a = g(m - M\sin\alpha)v$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{a = \frac{g(m - M\sin\alpha)}{\left(\frac{J}{r^2} + m + M\right)} = r\ddot{\theta}}$$

2-2) Système : $\{poulie\}$

RTSG

Bilan des forces extérieures : $\vec{T}$; $\vec{T}'$; $\overrightarrow{R_a}$; $\overrightarrow{P_p}$

Le théorème de l'accélération angulaire permet :

$$\sum \mathrm{M}_\Delta(\overrightarrow{F_{ex}}) = J\ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow \mathrm{M}_\Delta(\vec{T}) + M_\Delta(\vec{T}') = J\ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow r(T - T') = J\ddot{\theta} > 0$$

Il vient $T > T'$

Indication : à partir du TCI appliqué respectivement aux systèmes $\{C\}$ et $\{C_1\}$, permettant :

$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = M\vec{a}$ et $\overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{T'} = m\vec{a}$, tirer les expressions de T et T'.

www.groupe-excellence.sn