Groupe Excellence
Excellez avec les meilleurs professeurs !

Matière : Sciences Physiques	**P_2 : Dynamique**	**Professeur** : M. DIALLO
Niveau : $T^{le}S$		**Téléphone** : 77.148.28.36 lodiamatador@gmail.com

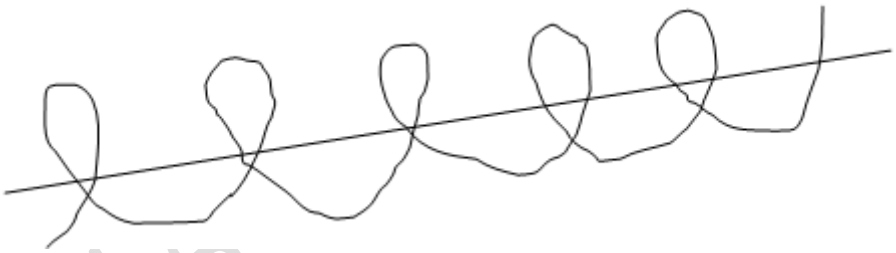
Introduction :

La **dynamique** est une discipline de la mécanique classique qui étudie les corps en mouvement sous l'influence des forces qui leur sont appliquées.

I. CENTRE D'INERTIE D'UN SOLIDE

I.1Mise en evidence :

Donnons une impulsion à un solide autoporteur avec un effet de rotation (système pseudo-isolé) sur une table soufflante et repérons à des intervalles de temps réguliers t les positions successives de deux de ses points.
-Un point G situé sur son axe de symétrie
-Un point A situé sur sa périphérie.
Le solide est soumis à des forces qui se compensent ($\vec{P} + \overrightarrow{R_n} = \vec{0}$), on dit qu'il est pseudo-isolé. Un solide est dit isolé s'il n'est soumis à aucune force (idéal).



G décrit un mouvement rectiligne uniforme
A décrit un mouvement quelconque (cycloïdal)

Définition :
Le centre d'inertie d'un solide est le seul point du solide qui effectue un mouvement rectiligne uniforme (M.R.U) lorsque le solide évolue en étant pseudo-isolé lors d'un déplacement quelconque.

I.2 Relation barycentrique :

Un système de masse m peut être décomposé en n solides élémentaires (S_1, S_2,…,S_n) ayant chacun une masse m_i (m_1, m_2, m_3,…,m_n) et un centre d'inertie G_i (G_1, G_2,…,G_n). On a : $\sum_{i=1}^{n} m_i \overrightarrow{GG_i} = \vec{0}$

Groupe Excellence
Excellez avec les meilleurs professeurs !

Soit le point O un point quelconque. Le centre d'inertie G du système est alors donné par la relation : $\boldsymbol{m\overrightarrow{OG} = \sum_{i=1}^{n} m_i \overrightarrow{OG_i} \Longrightarrow \overrightarrow{OG} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \overrightarrow{OG_i}}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \overrightarrow{OG_i}}{m}}$

Application :

Considérons une tige (AB) homogène de masse négligeable et de longueur 2L=72cm. On place en A une masse m_A=2 Kg et en B une masse m_B=1 Kg. Déterminer la position du centre d'inertie G du solide ainsi constitué. A quelle distance du point A se trouve t'il ?

Indication/Proposition : choisir un point O origine du repère $(O, \vec{\imath})$ au mileu du segment AB et écrire : $\boldsymbol{\overrightarrow{OG} = \frac{m_A \overrightarrow{OA} + m_B \overrightarrow{OB}}{m}}$

II. Quantité de mouvement :

1. Définition :

La quantité de mouvement est le produit de deux grandeurs conférant à un solide sa capacité à résister à l'influence d'une force extérieure, soit sa masse et la vitesse dont il est doté. C'est une grandeur qui quantifie l'inertie de ce système.

Pour un solide assimilable à un point matériel, elle s'écrit :

$$\boldsymbol{\vec{p} = m\vec{v}}$$

2. Quantité de mouvement d'un système de solides

Soit S un système constitué par un ensemble de solides $S_1(m_1, \overrightarrow{v_1})$, $S_2(m_2, \overrightarrow{v_2})$,...,$S_n(m_n, \overrightarrow{v_n})$. La quantité de mouvement du système est la somme des quantités de mouvement

$$\boldsymbol{\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{p_i} = \sum_{i=1}^{n} m_i \overrightarrow{v_i}}$$

Supposons un système constitué de deux solide on a :

$$\vec{p} = m_1 \overrightarrow{v_1} + m_2 \overrightarrow{v_2}$$

$\overrightarrow{v_1}$, le vecteur-vitesse du point G_1, est la dérivée par rapport au temps du vecteur position$\overrightarrow{OG_1}$. Il en est de même pour le vecteur-vitesse $\overrightarrow{v_2}$ qui est la dérivée du vecteur-position$\overrightarrow{OG_2}$. donc : $\boldsymbol{\vec{p} = m_1 \frac{d\overrightarrow{OG_1}}{dt} + m_2 \frac{d\overrightarrow{OG_2}}{dt}}$ et puisque m_1 et m_2 sont constants :

www.groupe-excellence.sn

Groupe Excellence
Excellez avec les meilleurs professeurs !

$$\vec{p} = \frac{d(m_1\overrightarrow{OG_1} + m_2\overrightarrow{OG_2})}{dt}$$

La relation de définition du barycentre permet de remplacer

$m_1\overrightarrow{OG_1} + m_2\overrightarrow{OG_2}$ par $m\overrightarrow{OG}$;

$$\vec{p} = \frac{d(m\overrightarrow{OG})}{dt} = m\frac{d(\overrightarrow{OG})}{dt} = m\overrightarrow{v_G}$$

Ainsi, pour un système quelconque de solides, la quantité de mouvement est le produit de sa masse par le vecteur-vitesse de son centre d'inertie.

$$\vec{p} = m\overrightarrow{v_G}$$

La masse s'exprime en kilogramme (Kg), la vitesse en mètre par seconde ($m.s^{-1}$) et la quantité de mouvement en kilogramme-mètre par seconde ($Kg.m.s^{-1}$)

III. Les lois de Newton

III.1. Première loi de Newton (principe d'inertie)

-Enoncé :

Dans un référentiel galiléen, le centre d'inertie G d'un solide isolé (ou pseudo-isolé) effectue toujours un mouvement rectiligne uniforme.

Il vient $\sum \overrightarrow{F_{ap.}} = \vec{0}$ *et* $\overrightarrow{v_G} = \overrightarrow{cte}$

III.2. Deuxième loi de Newton (principe fondamental de la dynamique)

-Enoncé :

Dans un référentiel galiléen, la somme des forces appliquées à un système est égale à la dérivée par rapport au temps du vecteur quantité de mouvement.

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

www.groupe-excellence.sn

Groupe Excellence
Excellez avec les meilleurs professeurs !

-Théorème du centre d'inertie

Dans un repère galiléen, la somme vectorielle des forces appliquées à un solide est égale au produit de sa masse par le vecteur accélération de son centre d'inertie.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a_G} \quad \text{où } \boldsymbol{F \text{ en Newton}, m \text{ en Kg et } a_G \text{ en } m.s^{-2}}$$

Des relations $\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ et $\vec{p} = m\vec{v_G}$

Il vient $\sum \vec{F} = \frac{d(m\vec{v_G})}{dt}$, comme m=cte, alors : $\sum \vec{F} = m\frac{d\vec{v_G}}{dt} = m\vec{a_G}$

Remarque : Si $\vec{a_G} = \vec{o}$, $\sum \vec{F} = m\frac{d\vec{v_G}}{dt} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v_G} = \vec{cte}$; on retrouve la 1ière loi de Newton (le principe d'inertie).

III.3. Troisième loi de Newton (principe des actions réciproques)

Le principe des actions réciproques s'énonce de la manière suivante : lorsqu'un corps A exerce sur un corps B une force $\vec{F}_{A/B}$, alors il subit en retour une force $\vec{F}_{B/A}$ exercée par le corps B, telle que : $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$; $F_{A/B}$ et $F_{B/A}$ en Newton (N)

Cette troisième loi est vraie quel que soit le référentiel d'étude, même si celui-ci n'est pas galiléen.

IV. Référentiels galiléens

Les lois de Newton ne sont valables que par rapport à des référentiels privilégiés appelés **référentiels galiléens**. Un référentiel galiléen est un référentiel pour lequel l'espace est homogène et isotrope, le temps uniforme, et dans lequel tout corps libre (non influencé par une force) est animé d'un mouvement rectiligne uniforme ; l'immobilité étant un cas particulier. Un référentiel galiléen est un référentiel où la loi de l'inertie est vérifiée.

IV.1.Référentiel terrestre ou du laboratoire

Le référentiel terrestre est défini par un repère dont l'origine est liée à un point à la surface de la terre. Il est entrainé par cette dernière dans son mouvement de rotation sur elle –même. Si l'expérience ne dépasse pas une durée de quelques heures, on peut assimiler ce repère à un repère galiléen.

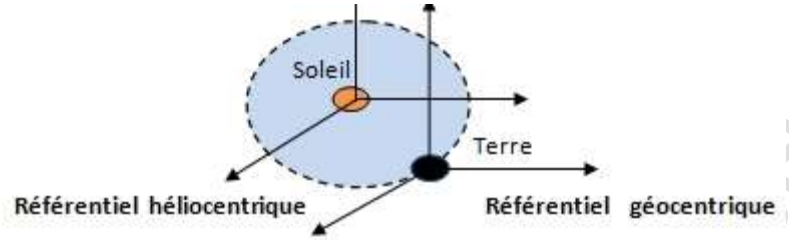
IV.2.Référentiel géocentrique :

www.groupe-excellence.sn

Groupe Excellence
Excellez avec les meilleurs professeurs !

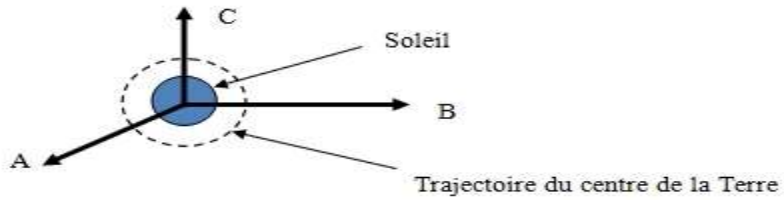
IL est défini par un repère dont l'origine est le centre d'inertie de la terre et trois axes dirigés vers trois étoiles fixes du référentiel de Copernic.

En raison de la rotation de la terre autour du soleil, le référentiel géocentrique perd son caractère galiléen pour l'étude d'un mouvement dont la durée dépasse quelques semaines.



IV.3. Référentiel de Copernic ou héliocentrique

Il est défini par un repère dont l'origine est le centre d'inertie du système solaire et trois axes dirigés vers trois étoiles fixes.



Il est adapté pour des mouvements dont la durée s'étend sur des millénaires.

Remarque :

Tout référentiel en mouvement de translation rectiligne uniforme par rapport à référentiel galiléen **est lui aussi considéré comme galiléen.**

V. Autres théorèmes et lois utilisés

V.1 Loi de conservation de la quantité de mouvement

Considérons un système isolé constitué de deux particules. La quantité de mouvement totale du système est : $\vec{p} = \overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2}$.

Chacune d'elles n'est soumise qu'à l'action de l'autre et la 2ième loi de Newton s'écrit :

Groupe Excellence
Excellez avec les meilleurs professeurs !

$$\frac{d\overrightarrow{p_1}}{dt} = \overrightarrow{F_{21}} \ et \ \frac{d\overrightarrow{p_2}}{dt} = \overrightarrow{F_{12}}$$

La résultante de ces deux forces est nulle d'après la 3ième loi de Newton, donc :

$$\overrightarrow{F_{12}} + \overrightarrow{F_{21}} = \vec{0} \Rightarrow \frac{d\overrightarrow{p_1}}{dt} + \frac{d\overrightarrow{p_2}}{dt} = \vec{0} \Rightarrow \frac{d(\overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2})}{dt} = \vec{0} \Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{0} \Rightarrow \vec{p} = \overrightarrow{cte}$$

Ce résultat est valable pour un système constitué d'un nombre quelconque de particules.

La quantité de mouvement d'un système isolé se conserve : c'est la loi de conservation de la quantité de mouvement.

Applications sur les chocs

-Choc élastique :

Au cours d'un choc élastique, il y a conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie cinétique.

-Choc mou :

Au cours d'un choc mou, il y a conservation de la quantité de mouvement. Les deux corps restent accrochés après le choc.

Application

Une locomotive de masse m_1= 20tonnes animée d'une vitesse v_1=5ms^{-1} heurte un wagon au repos de mass m_2= 25tonnes. Les deux engins reste accrochés après le choc.

1) Calculer la vitesse commune v' de l'ensemble après le choc.
2) Calculer la perte d'énergie cinétique du système suite au choc.

Résolution :

1) la quantité de mouvement du système constituée par l'ensemble (locomotive -wagon) se conserve au cours du choc. Donc on a :

$$m_1V_1 = (m_1 + m_2)V' \Rightarrow V' = \frac{m_1V}{m_1 + m_2} = 2,22ms^{-1}$$

2) Perte d'énergie cinétique

$$-\Delta Ec = \frac{1}{2}m_1V_1^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V'^2 = 139KJ$$

www.groupe-excellence.sn

Groupe Excellence
Excellez avec les meilleurs professeurs !

V.2. Théorème de l'énergie cinétique

Dans un repère galiléen, la variation d'énergie cinétique d'un solide est égale à la somme algébrique des travaux effectués par des forces s'exerçant sur le solide pendant la durée de variation. $\mathbf{\Delta E_c = \sum W(\overrightarrow{F_{ext}})}$

V.3 Théorème de l'accélération angulaire

Dans un référentiel galiléen, lorsqu'un solide de moment d'inertie J_Δ est en rotation autour d'un axe fixe (Δ), la somme algébrique des moments par rapport à cet axe des forces appliquées au solide est telle que:

$$\sum M_\Delta(\vec{F}) = J_\Delta \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Unités : F en Newton, J_Δ en Kg.m^2 et $\frac{d^2\theta}{dt^2}$ en rad.s^{-2}.

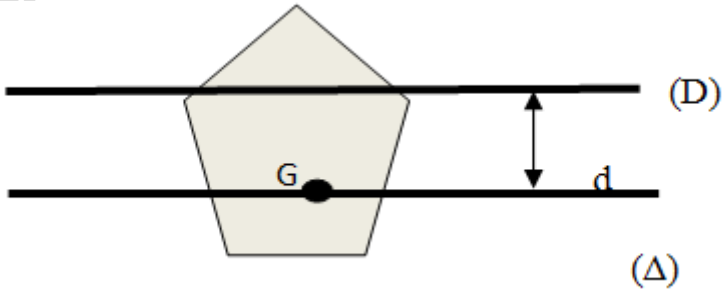
Remarques :

- Si la somme algébrique des moments des forces appliquées est constante, alors l'accélération angulaire sera aussi constante et le mouvement sera circulaire uniformément varié;
- Si la somme algébrique des moments des forces appliquées est nulle, alors l'accélération angulaire aussi sera nulle et le solide sera animé d'un mouvement circulaire uniforme.

V.4 Théorème de Huygens :

Le moment d'inertie d'un solide de masse M par rapport à un axe (D) est égal à son moment d'inertie par rapport à un axe (Δ) parallèle à (D) et passant par son centre de gravité augmenté du produit $\boldsymbol{Md^2}$,d étant la distance entre les deux axes

On note : $\boldsymbol{J_D = J_\Delta + Md^2}$



www.groupe-excellence.sn