Matière : Sciences Physiques	**Série 1 : Cinématique du point matériel**	**Professeur** : M. SARR
Groupe Excellence (Cours en ligne)		**Téléphone** : 78.117.74.33

Exercice 1 :

Les équations paramétriques du mouvement d'un point mobile sont dans chaque cas

a) $\begin{cases} x = 5t - 3 \\ y = -3t + 5 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x = 3t \\ y = -t^2 + 4t \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x = -2 + 2\sin(2\pi t) \\ y = 3 + 2\cos(2\pi t) \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} x = 1 + \sin(2\pi t) \\ y = -2 - 3\cos(4\pi t) \end{cases}$

e) $\begin{cases} x = \frac{t^2}{4} \\ y = \frac{t^2}{2} - 4 \end{cases}$ **f)** $\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + \sqrt{4 - 4t^2} \end{cases}$

1) Ecrire l'équation de la trajectoire pour chaque cas et préciser sa nature.

2) Pour chacun des cas : déterminer les coordonnées de la vitesse et de l'accélération puis calculer leurs modules à la date $t = 0{,}5\ s$.

Exercice 2 :

On considère un mobile M de vecteur position $\overrightarrow{OM} = 2t\,\vec{\imath} + (t^2 - 2t)\vec{\jmath}$.

1) Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire du mobile M.

2) Déterminer les coordonnées à la date t du vecteur vitesse et du vecteur accélération.

3) On considère l'instant t_1 où le vecteur vitesse est colinéaire au vecteur $\vec{\imath}$.

a) Montrer que $t_1 = 1s$.

b) Etablir l'expression de la vitesse du mobile M en fonction du temps. Calculer cette vitesse à l'instant t_1.

4) On considère l'instant t_2, tel que $t_2 > 0$, où le vecteur vitesse fait un angle $\alpha = 27°$ par rapport à Ox.

a) Montrer que $t_2 = 1{,}5s$.

b) Déterminer les valeurs des accélérations tangentielles et normales du mobile à l'instant t_2 ?

c) En déduire le rayon de courbure de la trajectoire.

On donne : $tg(27°) = 0{,}5$

Exercice 3 :

Un mobile A est animé d'un mouvement rectiligne uniformément varié dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Les graphes des coordonnées de la vitesse V_x et V_y sont donnés ci-dessous (figure 1 et figure 2). Les unités sont celles du système international.

1) Par une exploitation de ces graphes, déterminer les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}$ du mobile A.

2) A partir des coordonnées du vecteur vitesse, déterminer les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}$ et celles du vecteur position $\overrightarrow{OA}$ du mobile sachant qu'à la date $t_1 = 1s$ le mobile A passe par le point A_1 (2,1).

3) Etablir l'équation de la trajectoire.

4)

a) Déterminer la date t_2 à laquelle le vecteur vitesse est perpendiculaire au vecteur accélération.

b) Déduire alors les coordonnées du point A_2 du mobile A à cette date t_2. Quelle est la particularité de ce point ?

c) Déterminer les composantes normale et tangentielle du vecteur accélération à cette date t_2.

d) Déduire le rayon de courbure de la trajectoire à la date t_2.

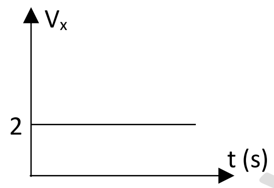


Figure 1

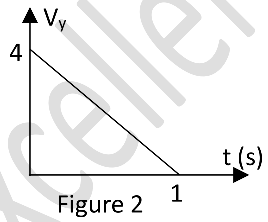


Figure 2

Exercice 4 :

Un mobile M est en mouvement rectiligne relativement à un repère d'espace $R\,(O,\vec{i})$. (La figure ci-contre représente la courbe de la variation de la vitesse de M en fonction du temps.

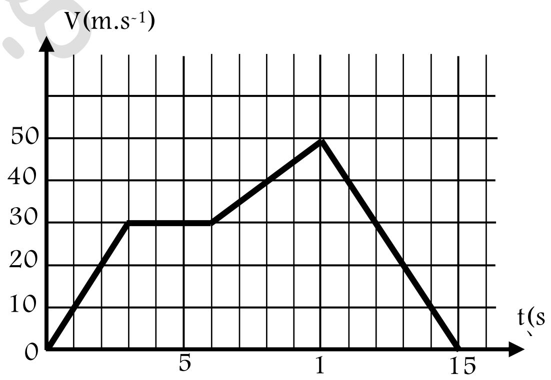
1-) Déterminer sur chaque intervalle de temps :

a. la valeur algébrique de l'accélération a.

b. l'expression $v = f(t)$.

c. l'expression $x = f(t)$; sachant qu'à $t = 0$ le mobile est sur l'origine de l'axe.

2-) Calculer la distance parcourue par M pour $t \in [\,0, 15s\,]$



Exercice 5 :

I/ Etude du mouvement de M

Un mobile M animé de la vitesse telle que : $\vec{v} = 2\vec{i} + (-2t+3)\vec{j}$ est en mouvement dans un plan rapporté au repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1-) A partir des coordonnées du vecteur vitesse, déterminer les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}$ et celles du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ du mobile sachant qu'à l'origine des dates le vecteur position du mobile M est $\overrightarrow{OM}o = -5\vec{j}$.

2-)

- **a.** Etablir l'équation de la trajectoire.
- **b.** Déterminer la date t_2 à laquelle le vecteur vitesse est perpendiculaire au vecteur accélération.
- **c.** Déterminer les composantes normale et tangentielle du vecteur accélération.
- **d.** Déduire le rayon de courbure de la trajectoire à la date t_2.
- **e.** A quels intervalles de temps le mouvement est-il accéléré ? retardé ?

II/ Etude du mouvement de M'

3-) Un autre mobile M'décrit une trajectoire rectiligne suivant l'axe $y = -5m$ du même repère que précédemment. Son vecteur accélération est constant pendant toute la durée du mouvement.

A l'instant $t_1 = 1s$, le mobile passe d'un point M_3 d'abscisse $x_3 = 18\,m$ avec une vitesse $v_3 = -8\,m.s^{-1}$. Puis il passe au point M_4 d'abscisse $x_4 = 3m$ avec $v_4 = 2\,m.s^{-1}$.

- **a.** Calculer l'accélération a du mobile.
- **b.** Calculer la date t_4 à laquelle le mobile passe au point M_4.
- **c.** Déterminer la loi horaire $x(t)$ du mouvement de M'.
- **d.** A quel instant le mobile rebrousse – t–il chemin ?
- **e.** En déduire les différentes phases du mouvement.

III-) Rencontre entre M et M'

4-) Soit t_5 la date où les deux mobiles se rencontrent. Déterminer la date t_5 ainsi que la position du point M_5 de rencontre.

Exercice 6 :

Un automobile roule sur un tronçon d'autoroute rectiligne à la vitesse de $130km/h$. Soudain, un obstacle fixe apparait sur la voie à une distance $D = 120m$. Le conducteur freine immédiatement et réduit sa vitesse a $105km/h$ au bout d'une durée t = $1\,s$.

1) Calculer la valeur de la décélération (supposée constante).
2) Si l'on suppose que la décélération de l'automobile reste constante, a quelle distance de l'obstacle la voiture va-t-elle s'arrêter ?
3) On envisage maintenant cette éventualité : le conducteur ne réagit pas tout de suite et commence à freiner $1\,s$ après l'apparition de l'obstacle. Il impose alors à son véhicule la décélération calculer en 1). A quelle distance de l'obstacle, l'automobile va-t-elle s'arrêter ?

Exercice 7 :

4-1/ Une automobile décrit une trajectoire rectiligne dans un repère $(O,\vec{i})$. Son accélération est constante. A l'instant $t_0 = 0s$, l'automobile part d'un point M_0. A l'instant $t_1 = 3\,s$, l'automobile passe par le point M_1 d'abscisse $x_1 = 59\,m$ à la vitesse algébrique $V_1 = 6\,m.s^{-1}$. Elle arrive ensuite au point M_2 d'abscisse $x_2 = 150\,m$ à la vitesse algébrique $V_2 = 20\,m.s^{-1}$.

4-1-1/ Déterminer la valeur algébrique de l'accélération de l'automobile.

4-1-2/ Etablir l'équation horaire $x(t)$ du mouvement de l'automobile.

4-1-3/ A quel instant t_2 l'automobile passe-t-elle par le point M_2 ?

4-1-4/ Calculer la longueur L du trajet effectué par l'automobile pendant la phase d'accélération dont la durée est fixée à 20 s.

4-2/ A la date $t' = 1\,s$, une moto se déplaçant sur la même droite à la vitesse constante $V' = 20\,m.s^{-1}$ passe par le point M' d'abscisse $x' = -5\,m$.

Pendant toute la durée du mouvement fixée à $20\,s$, la moto va dépasser d'abord l'automobile ; ensuite l'automobile va rattraper la moto.

4-2-1/ Déterminer l'équation horaire $x'(t)$ du mouvement de la moto dans le repère $(O,\vec{\imath})$.

4-2-2/ Déterminer les dates des dépassements.

4-2-3/ Déterminer les abscisses des dépassements.

4-2-4/ Déterminer la vitesse de l'automobile au moment où elle rattrape la moto.

4-2-5/ Déterminer la distance parcourue par la moto entre $t' = 1s$ et la date où elle dépasse l'automobile.

Exercice 8 :

Une fois ses passagers installés, un tramway quitte l'arrêt en direction du centre-ville sur une voie rectiligne et horizontale. Le tramway accélère tout d'abord avec une accélération $a_1 = 1{,}3\,m.s^{-2}$ pendant $10\,s$ jusqu'à atteindre sa vitesse de déplacement V_0. Il se déplace alors avec cette vitesse constante V_0 pendant une minute lorsque le conducteur aperçoit devant lui un obstacle sur les voies situé à environ $50\,m$.

1-) En prenant comme origine des dates l'instant où le tramway quitte l'arrêt et l'origine des espaces $x = 0$ la position de l'arrêt.

- **a.** Déterminer les équations horaires du mouvement du tramway.
- **b.** Calculer la distance parcourue par le tramway entre l'instant initial et l'instant où le conducteur aperçoit l'obstacle.

2-) Sachant que le freinage d'urgence correspond à une décélération $a_2 = -3\,m.s^{-2}$ et que le temps de réaction du conducteur est de $2\,s$, le tramway pourrait-il s'arrêter avant de heurter l'obstacle ?

Exercice 9 :

Les mouvements étudiés sont rectilignes et rapportés au repère $(O,\overset{o}{i})$

2-1/ Un mobile M_1 part sans vitesse d'un point D d'abscisse $x_D = -25\,m$ à la date $t = 0s$. Arrivant au point E d'abscisse $x_E = 75\,m$, sa vitesse atteint la valeur $V_E = 20\,m.s^{-1}$ qu'il la maintient constante sur le trajet EF tel que $EF = 100\,m$, après il freine avec une décélération constante pour s'arrêter totalement au point G tel que $DG = 400\,m$

2-1-1/ Déterminer l'accélération a_1 du mobile M_1 sur la partie DE.
2-1-2/ Etablir respectivement les équations horaires :
2-1-2-1/ $x_1(t)$ du mobile M_1 sur la partie DE.
2-1-2-2/ $x_2(t)$ du mobile M_1 sur la partie EF.
2-1-3/ A quelle date le mobile M_1 passe-t-il par le point F ?
2-1-4/ Montrer que l'équation horaire du mobile M_1 sur le trajet FG est :

$$\mathbf{x_3(t) = -0,5t^2 + 35t - 237,5} \quad \textbf{avec t en s et } \mathbf{x_3} \textbf{ en m}$$

2-2/ Un mobile M_2 passe par le point A d'abscisse $x_A = 65$ m à l'instant $t_A = 5$ s animé d'un mouvement uniforme de vitesse $V_A = 5\ m.s^{-1}$.
2-2-1/ Ecrire l'équation horaire $x_A(t)$ du mobile M_2
.
2-2-2/ Sachant que le mobile M_1 dépasse le mobile M_2 dans la phase où il est est animé d'un mouvement uniforme. Déterminer l'instant t' de dépassement.
2-2-3/ Monter que le mobile M_2 ne peut rattraper M_1 avant son arrêt.
2-2-4/ Déterminer la distance d qui les sépare à l'instant où M_1 s'arrête au point G.

Exercice 10 :

Un mobile est animé d'un mouvement sinusoïdal sur un segment AB, de longueur $L = 4cm$, centré en O confondu avec l'origine des abscisses ($x = 0$). A la date $t = 0$ le mobile est au point O et il se déplace vers les abscisses croissantes. $0{,}2s$ après il revient en O pour la première fois.

1-) Déterminer l'équation horaire du mouvement sachant qu'elle peut se mettre sous la forme : $x(t) = x_m \cos(\omega t + \varphi)$.

2-) Montrer que à chaque instant la relation suivante est vérifiée : $\dot{x}^2 = V^2 = \omega^2(x_m^2 - x^2)$. En déduire la valeur algébrique de la vitesse du mobile lorsqu'il passe pour la deuxième fois (après la date $t = 0$) à la position $x = 1cm$.

3-) Le mouvement est-il accéléré ou retardé lorsque le mobile passe en $x = 1cm$ pour la deuxième fois ? Justifier.

4-) A quelle date le mobile passe pour la deuxième fois en $x = 1cm$?

5-) Calculer la distance totale d parcouru par le mobile au bout d'un temps $t = 4T$ où T est la période du mouvement.

Exercice 11 :

Un solide supposé ponctuel est attaché à un ressort à l'instant $t = 0s$; le solide est ramené au point d'abscisse x_0 ; on lui communique une vitesse V_0 et on l'abandonne à lui-même, il effectue donc un mouvement rectiligne sinusoïdal dont l'enregistrement est donné par la figure ci-dessous.
3-1/ En exploitant l'enregistrement déterminer :
3-1-1/ La pulsation du mouvement ω
3-1-2/ L'élongation initiale x_0.
3-1-3/ L'amplitude X_m.
3-1-4/ La phase initiale φ_x.

3-1-5/ En déduire l'expression numérique de la loi horaire $x = f(t)$ du solide à chaque instant t sous la forme : $\boldsymbol{x(t) = X_m sin(\omega t + \varphi x)}$.

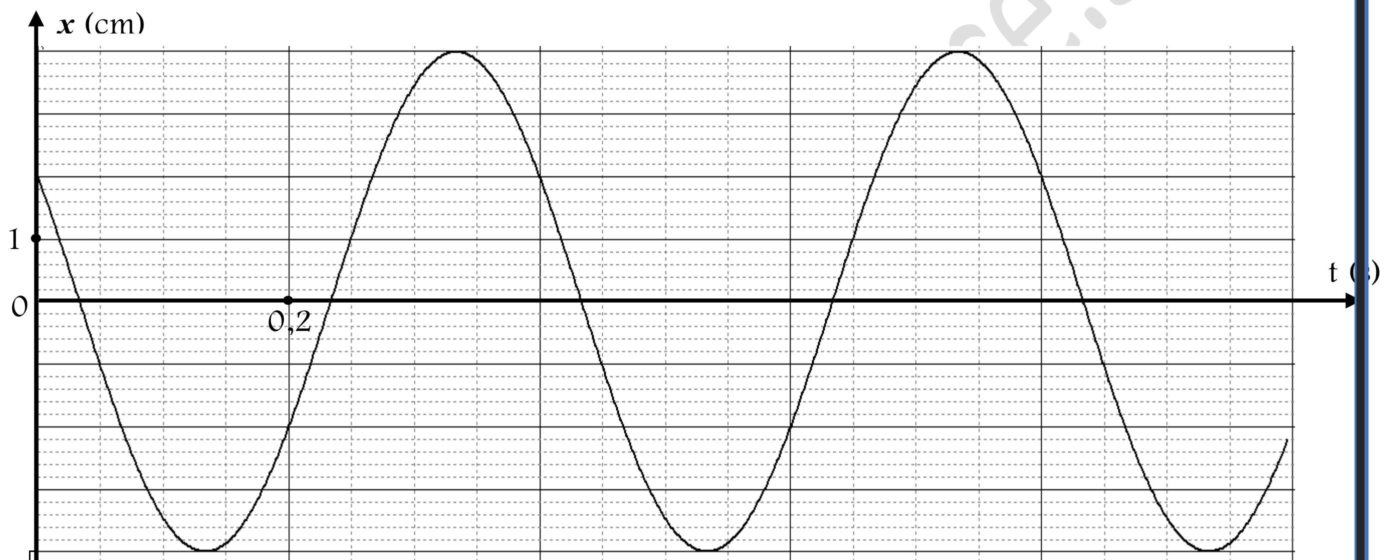
3-2/ Déterminer l'expression de la vitesse en fonction du temps. En déduire la valeur algébrique de la vitesse initiale $\overrightarrow{V_0}$.

3-3/ A l'instant $t_1 > 0$; le mobile repasse pour la première fois par la position d'abscisse x_0 dans le sens négatif.

3-3-1/ Déterminer graphiquement t_1.

3-3-2/ Retrouver t_1 par le calcul.

3-4/ Déterminer la valeur algébrique de la vitesse du solide lors de son premier passage par la position d'abscisse $x = 2\ cm$.



Exercice 12 :

Un mobile M est animé d'un mouvement rectiligne. La représentation de sa vitesse v en fonction du temps est donnée par la courbe ci-dessous.

1/ Quelle est la nature du mouvement ?

2/ A partir de la courbe déterminer la période T, la pulsation ω et la vitesse maximale V_m.

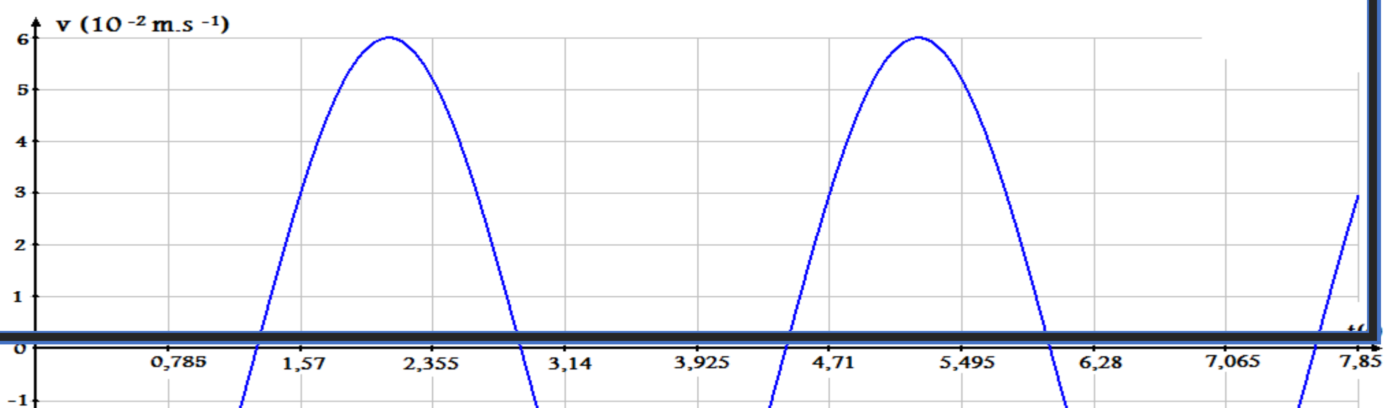
3/ Donner l'expression numérique de la vitesse v du mobile à chaque instant t sous la forme :

$\boldsymbol{v(t) = V_m . sin(\omega t + \varphi x)}$.

4/ En déduire les expressions numériques de l'abscisse x et de l'accélération a à chaque instant.

5/ Le mouvement à l'instant initial $t = 0$ est-il accéléré ou retardé ? Justifier la réponse.

6/ Quelle est la longueur parcourue par le mobile au bout d'une période ?



Exercice 13 :

Les deux parties sont indépendantes

Un oscillateur mécanique est constitué d'un ressort à spires non jointives dont une extrémité est fixée à un solide S de dimensions telles qu'il peut être assimilé à un point mobile. L'autre extrémité du ressort est fixe.

Le plan sur lequel se déplace le solide est horizontal. On écarte le solide S de sa position d'équilibre et on le libère. La position du solide est donnée par le vecteur $\overrightarrow{OM} = x\vec{\imath}$. L'origine du repère est choisie de telle sorte que lorsque l'oscillateur passe par sa position d'équilibre, on ait $\overrightarrow{OM} = \vec{O}$..

Le solide se déplace sur un segment de droite de longueur 40 cm.

Première partie :

L'équation différentielle du mouvement de S est : $\ddot{x} + 100\pi^2 x = 0$. Les unités sont celles du système international.

1/ Trouver la pulsation et la période du mouvement.

2/ La forme générale de la solution de l'équation différentielle est de la forme $x = X_m sin(\omega t + \varphi)$. Donner la signification et l'unité dans le système international de chaque grandeur intervenant dans cette expression.

3/ On suppose différentes conditions initiales notées $(a_1), (a_2)\ et\ (a_3)$.

► (a_1) : la date $t = 0$ est la date de passage du mobile par l'élongation nulle, le mobile se déplaçant dans le sens négatif.

► (a_2) : la date t = 0 est la date de passage du mobile par l'élongation maximale.

► (a_3) : la date t = 0 est la date de passage du mobile par l'élongation nulle, le mobile se déplaçant dans le sens positif.

On donne dans un ordre quelconque, l'équation horaire du mouvement :

b$_1$/ $x = 0,2sin(10\pi t)$ **b$_2$/** $x = 0,2sin(10\pi t + \pi)$ **b$_3$/** $x = 0,2sin(10\pi t + \frac{\pi}{2})$

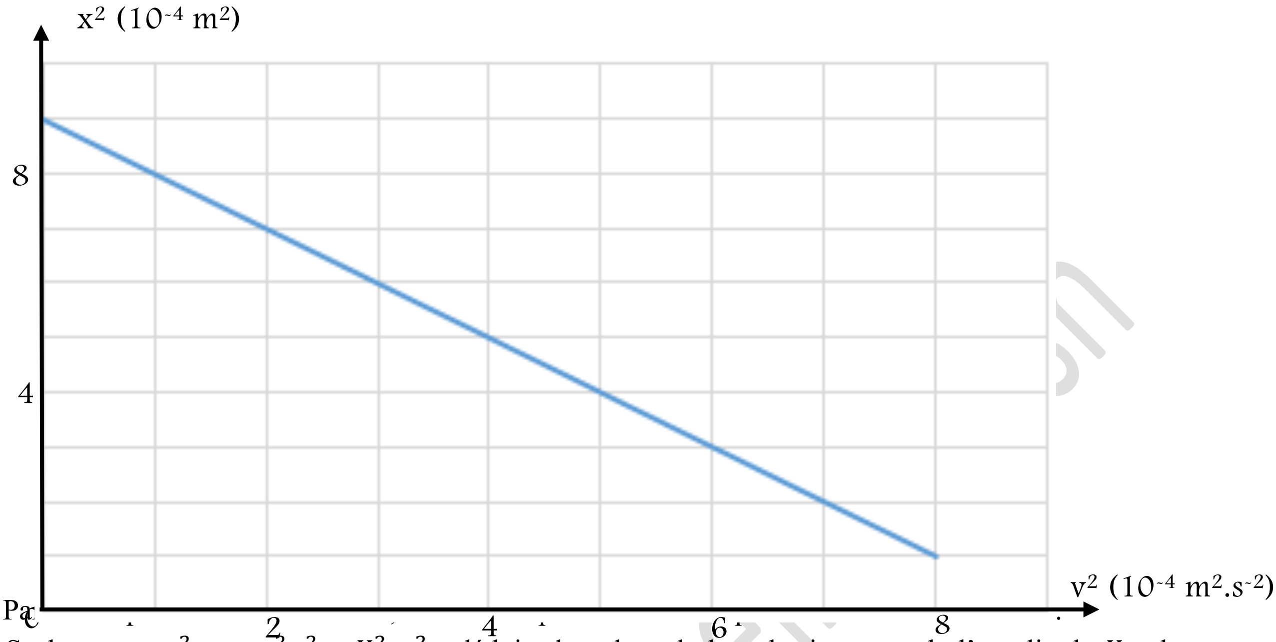
Attribuer une équation horaire à chacune des conditions initiales $(a_1), (a_2)\ et\ (a_3)$.

Deuxième partie

Dans un repère $(O, \vec{\imath})$ lié à un référentiel terrestre un mobile est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal. A une date t quelconque, le centre d'inertie G du mobile a une élongation : $x(t) = X_m cos(\omega t + \varphi)$.

A l'aide d'un dispositif approprié, on mesure l'élongations x du centre d'inertie G du mobile pour différentes vitesse instantanée v du solide (S). Les résultats des mesures ont permis de tracer la courbe $x^2 = f(v^2)$.

Les unités sont celles du système international.



1/ Pa

2/ Sachant que $v^2 = -\omega^2 x^2 + X_m^2\omega^2$; déduire la valeur de la pulsation ω et de l'amplitude X_m du mouvement.

3/ A la date $t = 0$, le mobile passe par l'élongation $x = 1{,}5\ cm$ en allant dans le sens positif.

3-1/ Déterminer la phase initiale φ du mouvement. En déduire l'expression numérique de l'élongation $x(t)$ du mobile.

3-2/ Le mouvement à la date $t = 0$ est-il accéléré ou retardé ?

4/ Calculer la distance L parcourue par le mobile entre les instants $t_0 = 0s\ et\ t_1 = 3\pi$s.

Exercice 14 :

Une particule se déplace suivant une circonférence de rayon $R = 2m$ suivant la loi : $\boldsymbol{\theta(t) = -t^2 + 10t}$. Les unités sont celles du système international.

1) Quelle est la vitesse linéaire initiale v_0 de la particule ?

2) Calculer la vitesse angulaire ω_1 et l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ de la particule à l'instant $t_1 = 4s$. Calculer l'accélération normale et l'accélération tangentielle à cette date. En déduire la norme de l'accélération de la particule à cet instant.

3) A quelle date t_2 la vitesse angulaire ω s'annule- t- elle ? Quel est à cet instant le nombre de tours effectué ?

Exercice 15 :

Un mobile se déplace sur un cercle de centre O et de rayon $R = 1m$. A la date $t = 0$, sa vitesse angulaire est $\omega_0 = 120\ rad.s^{-1}$. A partir de cette date, le mobile décélère et son accélération angulaire constante est $\ddot{\theta} = -5\ rad.s^{-2}$.

1) Etablir l'expression de l'abscisse angulaire en fonction du temps.

2) A quelle date le mobile s'arrête-t-il ?
3) Quelle distance a-t-il parcouru depuis $t = 0$?

Exercice 16 :

Dès l'instant où le moteur est coupé, une hélice d'avion qui tournait à la vitesse de $1200 tr/min$ effectue 80 $tours$ jusqu'à l'arrêt complet. Si l'on suppose le mouvement uniformément décéléré on demande :

1. la durée totale du mouvement,
2. la vitesse et l'accélération angulaires à l'instant où le moteur est coupé,

Exercice 17 :

On fait tourner un disque initialement au repos jusqu'à atteindre une vitesse angulaire constante de $8rad.s^{-1}$.

1) Quelle est la valeur de l'angle balayé par un rayon du disque au cours de ce mouvement si l'accélération angulaire est de $2{,}5rad.s^{-2}$.
2) Ecrire l'équation horaire du mouvement du disque sachant que à $t_0 = 0s$, $\theta = 0rad$.
3) Lancé à vitesse ci-dessus, le disque est freiné. Il s'arrête alors au bout de $2s$.
   a. Calculer sa nouvelle accélération
   b. Quelle est la valeur de l'angle balayé par un rayon du disque depuis le début de freinage jusqu'à l'arrêt complet.
   c. Quel est le nombre de tours complets effectués pendant cette $2^{ième}$ phase du mouvement.

Exercice 18 :

Deux solide S et S', sont suspendus à un fil inextensible, passant dans la gorge d'une poulie P de rayon $r = 160cm$. A $t = 0$, on abandonne le système a lui-même sans vitesse initiale, S est alors animé d'un mouvement de translation rectiligne uniformément accéléré vers le bas d'accélération $1m/s^2$.

1) Déterminer l'accélération angulaire de la poulie et l'équation horaire de son mouvement.
2) Quelle est la vitesse angulaire de la poulie lorsque S est descendu de $2m$. On l'exprimera en rad/s et en $tours/s$
3) On freine alors la poulie (lancée à la vitesse calculée au 2.) qui s'arrête en 20 $tours$.
   a. Quelle est la décélération angulaire de la poulie ?
   b. Quelle est la durée de freinage ?

Exercice 19 :

Une roue, immobile au départ est accélérée de telle sorte que sa vitesse angulaire croit régulièrement jusqu'à 120trs/mn en 1mn.

Après avoir tourné un certain temps à cette vitesse, la roue est freinée régulièrement, il faut 5mn pour l'arrêter. Le nombre total de tours étant 1560, calculer la durée totale de rotation.

Exercice 20 :

Un mobile ponctuel A se déplace dans un plan muni d'un repère orthonormé (O, x, y) et possède la trajectoire d'équation : $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$. x et y sont exprimés en mètres.

1-) Donner la nature de la trajectoire.

2-) Représenter la trajectoire dans le repère (O, x, y) : échelle 1 cm pour 1,5 m.

3-) Le mobile se déplace dans le sens trigonométrique (contraire au sens de rotation des aiguilles d'une montre) à la vitesse constante $V_0 = 2m.s^{-1}$. Calculer les coordonnées V_x et V_y de son vecteur vitesse V_0 au point M_1 d'abscisse $x_1 = -1$ puis au point M_2 d'abscisse $x_2 = 5$.

4-) Quelles sont les composantes du vecteur accélération aux points M_1 *et* M_2 du mobile ?

5-) Un autre mobile B considéré comme ponctuel se déplace sur la même trajectoire que le mobile A. A l'origine des dates, le mobile A est au point M_2 et le mobile B au point M_1. Les deux mobiles se déplacent dans le même sens.

Le mouvement du mobile A est uniforme de vitesse V_0, celui du mobile B est uniformément accéléré. A l'origine des dates, la vitesse du mobile B est nulle. L'accélération tangentielle de B sera notée a_T.

a-) Déterminer la valeur de a_T pour que, à l'instant où A et B se rejoignent, leurs vitesses soient égales.

b-) A quelle date a lieu le rattrapage ? En quel lieu a eu ce rattrapage par rapport aux positions initiales ?

Exercice 21 :

Une mouche se deplace lentement sur l'aiguille indicatrice des secondes d'une grande montre.La mouche est au centre O de la montre a l'instant $t_0 = 0$ et se dirige vers l'extremité E de l'aiguille a la vitesse $v = 5.10^{-3}\ m/s$ (vitesse de la mouche par rapport a E).

5.1.

5.1.1. Quelle est la nature du mouvement de E par rapport a O ?

5.1.2. Determiner :

a. La vitesse angulaire ω du mouvement de E.

b. L'equation horaire $\theta(t)$ du mouvement de E.

c. Les equations horaires $x_E(t)$ et $y_E(t)$ du mouvement de E sachant que la longueur de l'aiguille est 30 cm

5.2.

5.2.1. Quelle est la nature du mouvement de la mouche par rapport a E ?

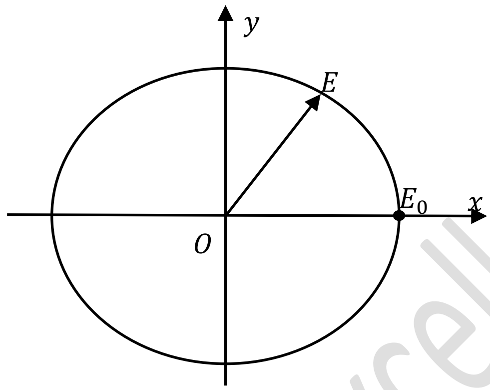
5.2.2. Donner son equation horaire.

5.3.

5.3.1. Donner les equations horaires $X_m(t)$ et $Y_m(t)$ du mouvement de la mouche par rapport au centre O de la montre

5.3.2. Representer la forme de la trajectoire du mouvement de la mouche par rapport a O.

5.3.3. Quel est le nombre de tours effectué par l'aiguille quand la mouche arrive au point E ?



Exercice 22 :

Une échelle AB de longueur L est appuyée contre un mur vertical Oz de vecteur unitaire $\vec{k}$. Le pied B de cette échelle glisse sur le sol selon la direction Ox du vecteur unitaire $\vec{\imath}$.

1) En remarquant que $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BM}$, déterminer l'expression du vecteur position du milieu M de cette échelle $\overrightarrow{OM} = \vec{r}$ en fonction de L et l'angle $\theta(t)$ qui varie en fonction du temps t.

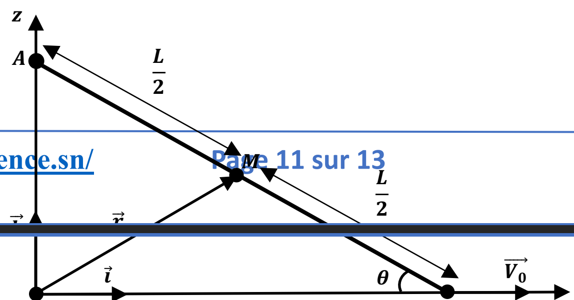
2) Lorsque le point B se déplace, montrer que le milieu M de l'échelle décrit un arc de cercle de rayon $\frac{L}{2}$ de centré en O.

3) Déterminer l'expression, en fonction de L et de $\theta(t)$, des composantes V_{MX} et V_{MZ} du vecteur $\vec{V}_M$ du milieu de l'échelle.

4) En fait, le pied B de l'échelle s'éloigne du mur à la vitesse constante $\vec{V}_0$ sur l'axe Ox. Le mouvement de B est donc de la forme : $X_B(t) = V_0 t$.

a) Exprimer $X_B(t)$ en fonction de L et de $\theta(t)$ puis exprimer la vitesse angulaire de l'angle $\theta(t)$ soit $\dot{\theta}(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$ en fonction de V_0, L et θ.

b) Montrer que l'expression du module du vecteur vitesse du milieu M de l'échelle est telle que : $V_M(t) = \frac{L.V_0}{2\sqrt{L^2 - X_B{}^2}}$.



Exercice 23 :

Djidula, un héros légendaire ayant refusé de saluer le commandant Fioklou fut condamné par ce dernier à traverser d'une flèche une pomme placée sur la tête de son fils. On assimilera la flèche à sa pointe G et la pomme à son centre d'inertie A. On négligera les frottements et on donne $\vec{a} = -10\vec{j}$. Djidula est placé à une distance $D = 50m$ de son fils, avec un vecteur vitesse initial (voir figure). $\vec{V}_0$ fait un angle α avec l'horizontale. A l'instant initiale les coordonnés de $\overrightarrow{OG_0} = 1{,}5\vec{j}$. Le centre d'inertie A de la pomme a pour coordonnées $x_A = 50m$ et $y_A = 0{,}9m$

1) Etablir les équations paramétriques du mouvement de G.

2) En déduire l'équation de la trajectoire.

3) On donne la norme de la vitesse initiale $V_0 = 25m/s$

a) Montrer qu'il existe deux angles de tir α_1 et α_2 de α pour atteindre A.

b) Vérifier que ces deux angles sont complémentaires.

4) Mortellement touché, Fioklou laisse échapper sans vitesse initiale, une balle de tennis. La balle va heurter le sol situé à $H = 40m$ plus bas. La balle est soumise à une accélération $\vec{a}_0 = -10\vec{j}$. La balle se met à bondir verticalement de sorte que la hauteur de chaque rebond soit égale à $e = 0{,}64$ fois la hauteur du précédent rebond. En choisissant un axe OZ vertical et ascendant. Le point O est l'origine de l'axe et coïncide avec le sol horizontal. L'instant où Fioklou lâche la balle de tennis est pris comme origine des dates.

a) Etablir l'équation horaire $z(t)$ de la balle de tennis.

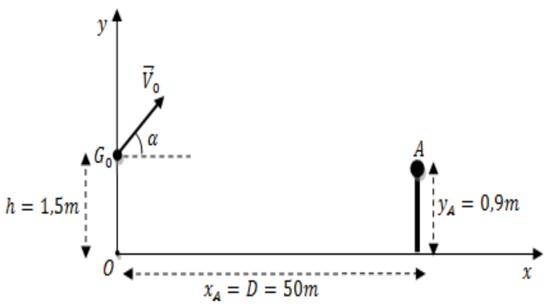
b) Quel temps θ_0 met la balle pour arriver au sol juste avant le premier rebond.

c) Quelle est la durée $\theta_1$que met la balle après le premier pour monter et descendre ?

d) Faire le même calcul pour déterminer θ_n après le $n^{ième}$ rebond.

e) Quelle durée totale τ met la balle depuis son lâcher jusqu'à la fin du $n^{ième}$ rebond.

f) En déduire que la suite de rebonds infinie a une durée finie que l'on déterminera.



Exercice 24 :

Lors des régates en mer, calculer la distance minimale entre deux navires, déterminer le cap en tenant compte du vent, font partie des opérations les plus courantes reliées sur un skipper.

A la date $t = 0s$, les deux navires d'Assane et de Boubacar (on les appellera respectivement A et B dans la suite de l'exercice) sont situés sur le même méridien. A étant à la distance $D = 16\ Km$ au nord de B. on assimilera les deux navires à des corps ponctuels.

- ✓ A se dirige vers l'Est à la vitesse $V_A = 18Km/h$
- ✓ B se dirige vers le Nord à la vitesse $V_B = 36Km/h$

La surface de la mer peut, en première approximation, être assimilée, dans ce cas à un plan horizontal.

1) Faire un schéma représentant à l'instant initiale les positions des deux navires et de leurs vecteurs vitesses $\vec{V}_A$ et $\vec{V}_B$ en choisissant judicieusement votre échelle.

2) On considère le repère orthonormé Ox, Oy, avec O confondu avec la position initiale de B : Ox est orienté vers l'Est et Oy vers le Nord. Donner les coordonnées de A et B à l'instant de date t. En déduire l'expression de la distance Δ entre les deux navires à cet instant telle que $\Delta = \|\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}\|$.

3) A quel instant t_1 la distance Δ entre les deux navires sera-t-elle minimale ?

4) En déduire la valeur de la distance minimale notée Δ_{min} entre les deux navires.

5) B veut rejoindre A. Au lieu d'aller vers le Nord, il change de cap : sa direction fait alors un angle θ avec le méridien et sa vitesse devient en module : $V_B' = V_B cos\theta$ avec ($\theta < 60°$).

a) Quel cap doit prendre Boubacar ?

b) A quel instant t_1' B rejoint-il A ?

c) Déterminer alors les coordonnées du point H de rencontre des deux navires.