Pour vos cours en ligne, contactez-nous au 781177433

Chap 6 : STATISTIQUE

La statistique est la partie des mathématiques qui a pour objet la collecte, l'analyse et l'interprétation des informations recueillies d'une population donnée et susceptibles d'être caractérisées par un nombre.

I. Vocabulaire et Exemple

Population : ensemble sur lequel porte l'étude (village, école, classe, entreprise, usine, ...)
Individus : les éléments qui composent la population (l'ensemble d'étude).
Caractère : la variable observée chez les individus (âge, poids, taille, couleur,…)
Modalité : les différentes types variable.
Effectif partiel : effectif d'une modalité.
ECC : Effectif cumulé croissant.
ECD : Effectif cumulé décroissant.
Fréquence : c'est le rapport effectif partiel d'une modalité sur effectif total. La fréquence peut être exprimée en pourcentage. Dans ce cas, le rapport est multiplié par 100.
La somme de toutes les fréquences donne 1, ou, dans le cas des fréquences en pourcentage, 100.
FCC : Fréquence cumulée croissante.
FCD : Fréquence cumulée décroissante.
Mode : c'est la modalité ayant le plus grand effectif partiel.
Médiane : c'est une valeur qui sépare la série ordonnée en deux groupes de même effectif.

- ✓ Si l'effectif total n est pair alors, la médiane sera comprise entre le $\frac{n}{2} ième$ et le $\left(\frac{n}{2}+1\right) ième$ nombre
- ✓ Si l'effectif total n est impair alors, la médiane sera le $\left(\frac{n+1}{2}\right) ième$ nombre de la série.

Moyenne : c'est le quotient de la somme de toutes les valeurs par l'effectif total. Elle peut aussi se calculer avec les fréquences. Elle se note $\bar{x}$. Elle a pour formules :

$$\bar{x} = \frac{\sum(modalité \times effectif)}{effectif\ total} \ ;$$

$$\bar{x} = \frac{\sum\left(modalité \times fréquence(\%)\right)}{100} \ ;$$

$$\bar{x} = \sum(modalité \times fréquence)$$

Exemple :

Les élèves d'une classe de troisième ont obtenu les notes suivantes lors d'un devoir de géographie.

12 – 15 – 12 – 12 – 16 – 8 – 18 – 12 – 12 – 15 – 16 – 15 – 12
–12 – 8 – 12 – 15 – 12 – 16 – 12 – 15 – 15 – 16 – 16 – 18

www.groupe-excellence.sn

Télécharger à www.groupe-excellence.sn

Pour vos cours en ligne, contactez-nous au 781177433

a) Quelle est la population étudiée ?
b) Quels sont les individus de cette population ?
c) Quel est le caractère étudié ? donne sa nature.
d) Quels sont les modalités ?
e) Combien d'élèves compte cette classe ?
f) Etablis le tableau de la série ordonnée. Complète-le par les ECC, les ECD, les Fréquences (%), les FCC et les FCD.
g) Quel est le mode de la série ? justifie.
h) Détermine la note médiane.
i) Calcule la note moyenne de trois manières différentes.
j) Trace les diagrammes circulaire et en bandes des effectifs.

Réponses :

a) Population : Classe de troisième
b) Individus : Les élèves
c) Caractère : Les notes ; nature : quantitative discrète
d) Modalités : $8 - 12 - 15 - 16 - 18$
e) Effectif total : 25 élèves
f) Tableau de la série ordonnée (modalités (notes) et effectifs).

Notes	8	12	15	16	18	Total
Effectifs	2	10	6	5	**2**	25
ECC	2	12	18	23	**25**	
ECD	25	23	13	7	**2**	
Fréquence (%)	8	40	24	20	**8**	100
FCC	8	48	72	92	**100**	
FCD	100	92	52	28	**8**	

Comment remplir les lignes des ECC et des ECD ?

On abaisse le **2**, puis on fait des additions croisées avec la ligne des effectifs pour compléter la ligne des ECC.

On commence la ligne des E.C.D par l'effectif total **25**, puis on fait des soustractions par colonne ($ECD - Effectif$) pour compléter la ligne des ECD.

g) Mode : la note 12/20 est le mode de la série car elle détient le plus grand effectif.

h) Pour déterminer la note médiane, on doit ordonner la série.

$$8 - 8 - 12 - 12 - 12 - 12 - 12 - 12 - 12 - 12 - 12 - 12 - \boxed{15}$$
$$-15 - 15 - 15 - 15 - 15 - 16 - 16 - 16 - 16 - 16 - 18 - 18$$

www.groupe-excellence.sn

Télécharger à www.groupe-excellence.sn

Pour vos cours en ligne, contactez-nous au 781177433

La série compte 25 notes, elle est donc impaire. Pour déterminer la note médiane, on calcule $\frac{25+1}{2} = 13$. La médiane est donc le 13e nombre de la série ordonnée. Il s'agit de la note **15**.

i) Calcul de la note moyenne

Première manière :

$$\bar{x} = \frac{Somme(note \times effectif\ partiel)}{effectif\ total} = \frac{8 \times 2 + 12 \times 10 + 15 \times 6 + 16 \times 5 + 18 \times 2}{25}$$

Deuxième manière :

$$\bar{x} = \frac{Somme(note \times fréquence(\%))}{100} = \frac{8 \times 8 + 12 \times 40 + 15 \times 24 + 16 \times 20 + 18 \times 8}{100}$$

Troisième manière :

$$\bar{x} = Somme(note \times fréquence) = 8 \times 0{,}08 + 12 \times 0{,}4 + 15 \times 0{,}24 + 16 \times 0{,}2 + 18 \times 0{,}08$$

Résultat attendu : $\bar{x} = 13{,}68$

Signification de la note moyenne :

La note moyenne est la note qu'aurait chaque élève ayant passé le concours.

Remarque : lorsque le plus grand effectif est détenu par deux ou par trois modalités, la série est dite respectivement bimodale ou tri modale.

j) Trace les diagrammes circulaire, semi-circulaire, en bandes et en bâtons des effectifs.

Diagramme circulaire :

25 → 360°

2 → 28,8°

10 → 144°

6 → 86,4°

5 → 72°

2 → 28,8°

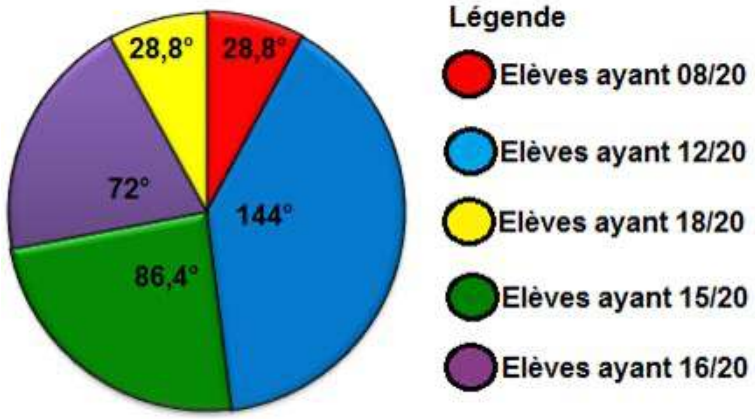
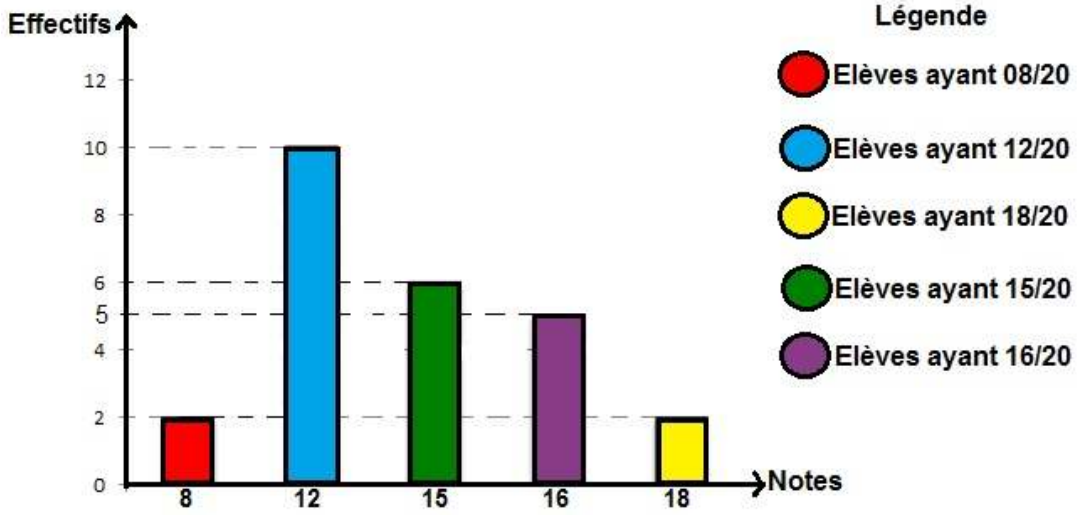


Diagramme à bande :



www.groupe-excellence.sn

Télécharger à www.groupe-excellence.sn

Pour vos cours en ligne, contactez-nous au 781177433

Comment répondre aux questions <<au plus…>> et <<au moins…>> ?

La question <<combien d'élèves ont au plus la note x >>, renvoie à l'ECC de la modalité (note) x.

La question <<combien d'élèves ont au moins la note x >>, renvoie à l'ECD de la modalité (note) x.

Exemple :

18 élèves ont au plus 15/20 car 18 correspond à l'ECC de la modalité (note) 15/20.

23 élèves ont au moins 12/20 car 23 correspond à l'ECD de la modalité (note) 12/20.

Comment répondre aux questions <<plus de …>> et <<moins de…>> ?

La question ''combien d'élèves ont plus de x '', renvoie à l'ECD de la modalité (note) qui suit x.

La question ''combien d'élèves ont moins de x'', renvoie à l'ECC de la modalité (note) qui précède x.

Exemple :

2 élèves ont plus de 16/20, car 2 correspond à l'ECD de la modalité (note) suit de 16/20.

12 élèves ont moins de 15/20, car 12 correspond à l'ECC de la modalité (note) précédent 15.

II. Classement et représentation des données statistiques

Vocabulaire et Exemple :

Classe : intervalles [a ;b[ou [a ;b] ou …

Amplitude : pour une classe [a ;b[, l'amplitude est $b - a =$

Centre de classe (cdc) : pour une classe [a ;b[, le centre de classe est $(b + a)/2$.

Classe modale : la classe qui a le plus grand effectif.

Moyenne : Elle a pour formules :

$$\bar{x} = \frac{\sum(cdc \times effectif)}{effectif\ total} \quad ; \quad \bar{x} = \frac{\sum\left(cdc \times fréquence(\%)\right)}{100} \quad ; \quad \bar{x} = \sum(cdc \times fréquence)$$

Exemple :

Un professeur principal a relevé les notes des élèves d'une classe de troisième

15 – 15 – 4 – 3 – 7 – 8 – 9 – 9 – 9 – 10 – 11 – 10 – 14 – 13 – 14 – 10 –

13 – 14 – 10 – 10 – 15 – 15 – 16 – 17 – 18 – 15 – 16 – 4 – 5 – 14

1°) Détermine la note médiane

2°) Consigne les données de la série brute dans un tableau comportant des classes d'amplitude 5.

La première classe étant [0 ; 5[.

Compète le tableau par les ECC ; les ECD ; les Fréquences ; les FCC et les FCD.

3°) Donne la nature du caractère.

4°) Quelle est la classe modale ? Justifie.

5°) Calcule la moyenne des notes de trois manières différentes.

6 °)

a°) Construis l'histogramme des effectifs.

b°) Construis le diagramme des ECC en déduis la médiane par Thalès.

c°) Construis le diagramme des ECD.

www.groupe-excellence.sn

Télécharger à www.groupe-excellence.sn

Pour vos cours en ligne, contactez-nous au 781177433

Réponses :

1°)

3 – 4 – 4 – 5 – 7 – 8 – 9 – 9 – 9 – 10 – 10 – 10 – 10 – 10 – 11 – 13 – 13 –14 – 14 – 14 – 14 – 15 – 15 – 15 – 15 – 15 – 16 – 16 – 17 – 18

La série compte 30 notes, elle est donc paire.

Pour déterminer la note médiane, on calcule $\frac{30}{2} = 15$. La médiane est donc comprise entre le 15e et le 16e nombres de la série ordonnée. Elle est calculée comme suit :

$$M = \frac{11 + 13}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

2°)

Classes	[0 ;5[	[5 ;10[	[10 ;15[	[15 ;20[	Total
Effectifs	3	6	12	9	30
ECC	3	9	21	30	
ECD	30	27	21	9	
Fréquences%	10	20	40	30	100
FCC	10	30	70	100	
FCD	100	90	70	30	
Cdc	2.5	7.5	12.5	17.5	

3°) Nature du caractère : quantitatif continu.

4°) Classe modale : [10 ;15[est la classe modale car elle a le plus grand effectif.

5°) Calcul de la moyenne :

Première manière :

$$\bar{x} = \frac{Somme(cdc \times effectif\ partiel)}{effectif\ total} = \frac{2{,}5 \times 3 + 7{,}5 \times 6 + 12{,}5 \times 12 + 17{,}5 \times 9}{30}$$

Deuxième manière :

$$\bar{x} = \frac{Somme(cdc \times fréquence(\%))}{100} = \frac{2{,}5 \times 10 + 7{,}5 \times 20 + 12{,}5 \times 40 + 17{,}5 \times 30}{100}$$

Troisième manière :

$$\bar{x} = Somme(cdc \times fréquence) = 2{,}5 \times 0{,}1 + 7{,}5 \times 0{,}2 + 12{,}5 \times 0{,}4 + 17{,}5 \times 0{,}3$$

$$\bar{x} = 12$$

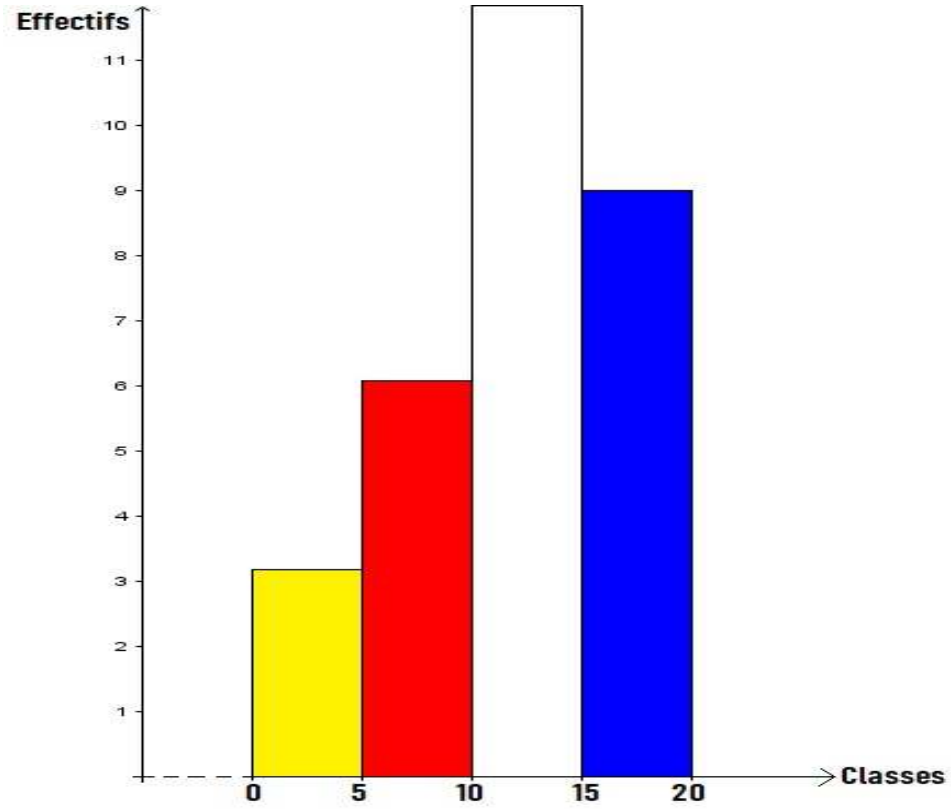
www.groupe-excellence.sn

Télécharger à www.groupe-excellence.sn

Pour vos cours en ligne, contactez-nous au 781177433

6°)

a°) Histogramme des effectifs



b°) Construis le diagramme des ECC en déduis la médiane par Thalès.

Pour construire le diagramme des ECC, on place dans un repère orthogonal les points de coordonnées (borne supérieure ; ECC) puis on trace le diagramme (voir figure ci-dessous).

Pour calculer la médiane par Thalès, on place sur l'axe des ECC le point d'ordonnée $\frac{E_T}{2}$. On projette ce point sur le diagramme puis sur l'axe des classes pour obtenir la médiane m et la classe médiane.

Ici, la médiane m appartient à la classe $[10; 15[$ donc $[10; 15[$ est la classe médiane.

Les dimensions des segments sont :

$AB = 21 - 9 = 12$; $AM = 15 - 9 = 6$; $BC = 15 - 10 = 5$; $MN = m - 10$

Les points A, M et B d'une part et A, N et C d'autre part sont alignés dans leur ordre d'écriture.

Les triangles AMN et ABC sont en position de Thalès car les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Il vient d'après la conséquence du théorème de Thalès :

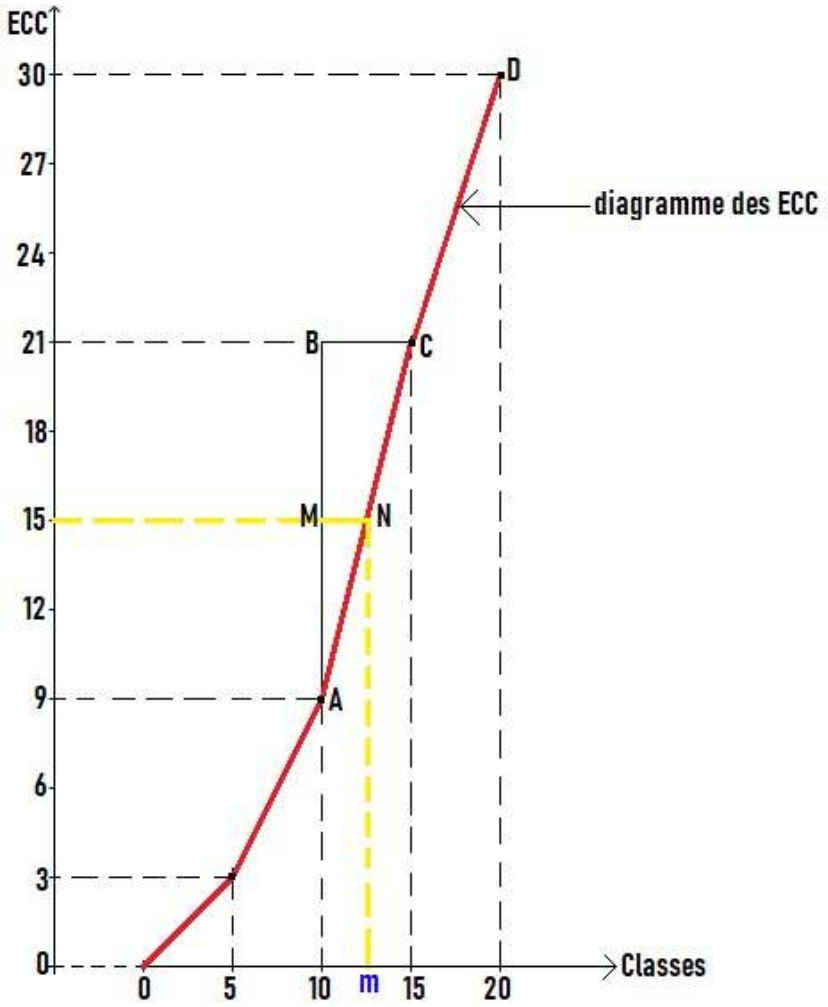
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \quad ; \quad \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \quad ; \quad \frac{6}{12} = \frac{m-10}{5} \quad ; \quad m = \frac{5 \times 6}{12} + 10 = 12{,}5$$

$$m = 12.5$$

Télécharger à www.groupe-excellence.sn

www.groupe-excellence.sn

Pour vos cours en ligne, contactez-nous au 781177433



www.groupe-excellence.sn

Télécharger à www.groupe-excellence.sn