

Thème 3 : EQUATIONS ET INEQUATIONS-SYSTEMES

Exercices de restitution des connaissances

Exercice 1

Recopier et compléter les énoncés ci-dessous pour avoir une proposition vraie :

1. Toute équation de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ (a, b et c étant des réels et $a \neq 0$) est appelée
2. Si $ax^2 + bx + c = 0$ est une équation du second degré admettant deux racines u et v alors on a : $u + v = \dots$ et $uv = \dots$.

Exercices d'application

Exercice 2

Mettre sous forme canonique les trinômes ci-dessous :

1. $f(x) = -3x^2 + 2x + 5$;
2. $g(t) = \frac{1}{2}t^2 + 2\sqrt{3}t - 3$;
3. $h(v) = 2v^2 + v - \frac{3}{2}$;
4. $k(u) = -\sqrt{2}u^2 - 7u + \sqrt{2}$.

Exercice 3

Résoudre dans \mathbb{R} , les équations ci-dessous :

- | | | |
|---------------------------|--------------------------|-------------------------|
| 1. $2x^2 - x + 3 = 0$; | 4. $y^2 - 7y + 12 = 0$; | |
| 2. $y^2 - 14y + 49 = 0$; | | 5. $2x^2 + x - 3 = 0$; |
| 3. $2x^2 - 5x + 3 = 0$; | | 6. $2t^2 - t - 3 = 0$. |

Exercice 4

Factoriser lorsque c'est possible les trinômes ci-dessous :

1. $P(x) = 3x^2 + 4x - 4$;
2. $P(u) = -u^2 + 2u - 3$;
3. $P(m) = -3m^2 + m - 1$;
4. $P(t) = -5t^2 - 8t + 4$;
5. $P(t) = 4t^2 + 4t + 1$.

Exercice 5

Résoudre dans \mathbb{R} les équations ci-dessous :

- a. $8w^4 - 2w^2 - 1 = 0$;
- b. $3x^4 - 11x^2 + 6 = 0$;
- c. $2x + 5\sqrt{x} - 3 = 0$;
- d. $3x^2 - 8|x| + 4 = 0$.

Exercice 6

1. Déterminer deux nombre réels dont la somme est 20 et le produit 96.

2. Résoudre dans \mathbb{R}^2 le système suivant :
$$\begin{cases} x + y = -7 \\ xy = \frac{49}{4} \end{cases} .$$

Exercice 7

Soit l'équation (E) : $4x^2 + 3x - 10 = 0$.

1. Sans résoudre l'équation (E), vérifier que -2 est une de ses solutions.
2. En déduire l'autre solution de l'équation (E).

Exercice 8

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations ci-dessous :

- a. $2x^2 + 7x - 4 \geq 0$; b. $3x^2 + 20x + 50 > 0$; c. $-3x^2 + x + 2 < 0$;
 d. $x^2 - 15x + 50 < 0$; e. $-9x^2 + 12x - 4 \leq 0$.

Exercice 9

Déterminer le nombre réel m pour que 2 soit solution de l'équation :

$$(E) : (m + 1)x^2 + (m - 2)x - 4m + 2 = 0 .$$

Exercice 10

Résoudre chacun des systèmes ci-dessous par la méthode de CRAMER.

1. $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x + 4y = -1 \end{cases}$; 2. $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ -6x + 3y = -1 \end{cases}$; 3. $\begin{cases} \sqrt{2}x - 2y = \sqrt{2} \\ -x + \sqrt{2}y = -1 \end{cases}$.

Exercice 11

Résoudre graphiquement chacun des systèmes d'équations ci-dessous.

1. $\begin{cases} -2x + y = -3 \\ x + 3y = 5 \\ x + y = 3 \end{cases}$; 2. $\begin{cases} -x + y = 3 \\ 3x + y = 7 \\ x + y = 1 \end{cases}$; 3. $\begin{cases} 7x - 2y = 16 \\ x + 2y = 4 \\ x + 10y = 10 \end{cases}$.

Exercice 12

Résoudre graphiquement chacun des systèmes d'inéquations ci-dessous.

1. $\begin{cases} x + y \geq 0 \\ 2x - y + 1 \leq 0 \\ 3x + 2y - 2 \leq 0 \end{cases}$; 2. $\begin{cases} 2x + y + 3 < 0 \\ -x + y + 8 > 0 \\ 2x - 3y - 12 < 0 \end{cases}$; 3. $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y - 4 \geq 0 \end{cases}$; 4. $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 3 \\ -x + y + 2 \geq 0 \end{cases}$.

Exercices de synthèse

Exercice 13

1. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $x^2 - x - 1 = 0$.
2. On note α la solution positive. Montrer que $\alpha^5 = 5\alpha + 3$ et que $\frac{1}{\alpha^2} = 2 - \alpha$.

Exercice 14

Trouver deux entiers consécutifs dont la somme des carrés est 221.

Exercice 15

On considère l'équation $x^2 - x - 1 = 0$.

Sans déterminer les racines u et v de cette équation, calculer

$$A = \frac{1}{u} + \frac{1}{v} ; B = (u - 1)(v - 1) ; C = u^2 + v^2 ; D = \frac{u}{v} + \frac{v}{u}.$$

Exercice 16

Résoudre dans \mathbb{R}^2 les systèmes ci-dessous :

$$1. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5 \\ xy = \frac{1}{6} \end{cases} ; 2. \begin{cases} x^2 + y^2 = 26 \\ xy = -5 \end{cases} ; 3. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{7}{4} \\ (2x - 3)(2y - 3) = \frac{466}{49} \end{cases} ; 4. \begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{5}{2} \\ x - y = 1 \end{cases} ;$$

$$5. \begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 52 \\ x + y = 8 \end{cases} ; 6. \begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 13 \\ xy + 2 = 0 \end{cases} ; 7. \begin{cases} x^3 + y^3 = 98 \\ xy = -15 \end{cases} ; 8. \begin{cases} x + y = 1 \\ x^3 + y^3 = 7 \end{cases}$$

Exercice 17

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations ci-dessous :

- $(2x - 3)^2 - (2x - 3)(x^2 + x + 1) \leq 0 ;$
- $(9x^2 + 12x - 4)(2x^2 + x - 6) > 0 ;$
- $(2x^2 - 2x\sqrt{5} + 1)(-2x^2 - 9x + 5) \geq 0 ;$
- $(3x + 2)^2 < (x^2 + 5x + 2)^2 ;$
- $(3x^2 - x + 1)^2 \geq (2x^2 + 9x - 4)^2.$

Exercice 18

- Développer $(2 - \sqrt{3})^2$.
- Résoudre dans $\mathbb{R} : x^2 - x\sqrt{7} + \sqrt{3} = 0$.
- Résoudre dans $\mathbb{R} : x^2 - x\sqrt{7} + \sqrt{3} \geq 0$.

Exercice 19

On considère l'équation (E) : $mx^2 - 2x + 1 = 0$. ($m \in \mathbb{R}$)

- Cette équation est-elle du second degré ? Justifier.
- On suppose que $m \neq 0$.

Résoudre dans \mathbb{R} l'équation (E).

Exercice 20

Déterminer un trinôme du second degré 2, $f(x)$ tel que $f(-1) = 6$, $f(1) = 4$ et $f(2) = 9$.

Exercice 21

Un jardin rectangulaire a pour périmètre 52 m et pour aire 160 m^2 . Déterminer la longueur et la largeur de ce jardin.

Exercice 22

Deux nombres entiers ont pour somme 21 et pour produit 68. Quels sont ces nombres ?

Exercice 23

La somme des carrés de deux entiers est 65 et la différence de leurs carrés est 33. Quels sont ces entiers ?

Exercice 24

Des personnes se partagent équitablement 9000 f CFA. S'il y avait une personne de moins, chacune d'elle aurait 1500 f CFA de plus. Combien y a-t-il de personnes?

Exercice 25

Des personnes se partagent équitablement 15000 f CFA. S'il y avait cinq personnes de plus, chacune d'elle aurait 500 f CFA de moins. Combien de personnes y a-t-il ?

Exercice 26

Une petite et moyenne entreprise (PME) veut doubler sa production en deux ans. Quel doit alors être le taux annuel d'augmentation de sa production ?

Exercice 27

Soit ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 16$ cm et $AC = 8$ cm. Les points D et E appartiennent respectivement aux segments [AB] et [AC] de sorte que $AD = AE = x$.

Déterminer x pour que l'aire du triangle ADE soit égale à celle du quadrilatère BCED.

Exercice 28

Deux régions sont distantes de 450 km. Une voiture A met 4 heures de moins qu'une autre voiture B pour aller de l'une à l'autre.

Sachant que la vitesse horaire de A est supérieure de celle de B de 30 km.h^{-1} .

Déterminer la vitesse de chacune de ces voitures.

Exercice 29

Soit un demi-cercle (C) de centre O diamètre [AB], de rayon R et [OC] un rayon perpendiculaire à [AB]. Soit M un point de ce demi-cercle ; H et K ses projetés orthogonaux respectivement sur [AB] et [OC]. On pose $AH = x$.

Déterminer la position de M sur (C) pour que $2MA^2 - 15MK^2 = 0$.

Exercice 30

Aïcha est élève en 2^{e}S_2 au lycée de MYB. Elle étudie son temps de travail personnel en mathématiques et en français. Pour ces deux matières, elle ne dispose que de 16h de travail personnel par semaine.

Son professeur de français lui conseille de travailler au moins 3 h sa discipline et celui de mathématiques au moins 5h.

Comme Aïcha aime le français, elle décide de consacrer au moins 3 h de plus en français qu'aux mathématiques enfin de lire un livre par semaine.

1. Préciser un système d'inéquations des contraintes exposées.
2. Représenter graphiquement ce système et proposer à Aïcha deux options possibles.

Exercice 31

Une machine-outil fabrique deux types de pièces A et B. Elle met 2 minutes pour fabriquer une pièce de type A et 1 minute pour une pièce de type B. Par heure, elle ne peut pas fabriquer, au total, plus de 45 pièces, et elle ne peut pas fabriquer, toujours par heure, plus de 24 pièces de type A et de 36 pièces de type B. Le profit réalisé sur une pièce de type A est 100 F, sur une pièce de type B, 200 F.

Trouver une production horaire qui permet de réaliser le profit maximal.

Exercice 32

Une société de transport par bateaux veut transporter 650 personnes, 120 véhicules et 160 tonnes de matériels. Elle dispose de 10 bateaux de type A et 11 bateaux de type B.

Un bateau de type A peut transporter en pleine charge 30 personnes, 10 véhicules et 10 tonnes de matériels.

Un bateau de type B peut transporter en pleine charge 50 personnes, 6 véhicules et 10 tonnes de matériels.

1. Déterminer le nombre minimal de bateaux à utiliser pour tout transporter.
2. Préciser le nombre de bateau de chaque type.