

Thème 1 : CALCULS DANS \mathbb{R}

Exercices de restitution des connaissances

Exercice 1

Soit a un nombre réel non nul, m et n des entiers naturels.

Recopier et compléter les propriétés ci-dessous par ce qui convient :

$$a^0 = \dots ; a^1 = \dots ; a^n \times a^m = \dots ; \frac{a^m}{a^n} = \dots ; (a^n)^m = \dots ; \sqrt{a^2} = \dots$$

Si a est un réel positif alors $(\sqrt{a})^2 = \dots$

Exercice 2

Recopier et compléter chacun des énoncés ci-dessous pour avoir une proposition vraie :

1. Si a est un réel positif alors $|a| = \dots$
2. Si a est un réel négatif alors $|a| = \dots$
3. Si a est un réel alors $|-a| = |\dots|$.
4. Soit a et b deux réels. Si $a^2 = b^2$ alors $a = \dots$ ou $a = \dots$
5. Si a et b sont des nombres réels alors $|a + b| \dots |a| + |b|$.

Exercice 3

Recopier et compléter les énoncés ci-dessous pour avoir une proposition vraie :

1. Soit x et y deux réels. On a $d(x ; y) = |\dots|$.
2. Si a et b sont des réels tels que : $b \geq 0$, alors $\sqrt{a^2 b} = \dots a \dots \times \dots$

Exercices d'application

Exercice 4

Comparer :

a. $\sqrt{5}-1$ et $\sqrt{6-2\sqrt{5}}$; b. $\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ et $\sqrt{2-\sqrt{3}}$;

c. $4-10\sqrt{7}$ et $4-8\sqrt{11}$; d. $\frac{-7}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ et $\frac{-7}{2-\sqrt{3}}$.

Exercice 5

Ecrire sans le symbole de valeur absolue chacune des expressions ci-dessous :

a. $|2\sqrt{2}-1-\sqrt{3}|$; b. $|-3+\frac{1}{3}+\sqrt{2}|$

Exercice 6

Ecrire sans radical au dénominateur chacune des expressions ci-dessous :

a. $\frac{2}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$; b. $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7}}$.

Exercice 7

1. Développer les expressions ci-dessous :

a. $5(1 - \sqrt{3})^2$; b. $2(1 + \sqrt{2})^2$; c. $(3\sqrt{2} - 3\sqrt{3})^2$.

2. En déduire une expression simplifiée de chacun des nombres ci-dessous :

a. $\sqrt{20 - 10\sqrt{3}}$; b. $\sqrt{6 + 4\sqrt{2}}$; c. $\sqrt{45 - 18\sqrt{6}}$.

Exercice 8

Calculer la distance entre :

a. 2 et 0 ; b. -4 et -1 ; c. -2 et 3 ; d. 1 et 3 ; e. -1 et 1.

Exercice 9

Résoudre dans \mathbb{R} les équations ci-dessous :

1. $ -10x + 3 = 2$;	7. $ 3x + 7 = x + 11$;
2. $ 4x + 5 = -13$;	8. $ x - 2 = x - 2$;
3. $ 3 - x = 3$;	9. $\sqrt{(2x + 6)^2} = 18$;
4. $ x + 7 = 10^{-2}$;	10. $ x - 2 = x - 2$;
5. $ 2x + 3 = x - 1$;	11. $ x + 2 = x$;
6. $ -5x + 1 = x - 2$;	12. $ 5x = x$.

Exercice 10

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations ci-dessous :

1. $ x - 5 \leq 1$;	5. $ -3t + 1 \leq -4$;
2. $ z + 3 < 3$;	6. $ 2x + 7 \leq \frac{3}{4}$;
3. $ x - 5 \geq \sqrt{3}$;	7. $ x + 10^{-3} \leq 5 \cdot 10^{-4}$.
4. $\left y - \frac{1}{2}\right > \frac{5}{3}$;	

Exercices de synthèse

Exercice 11

On donne $A = \sqrt{7 - 2\sqrt{6}}$ et $B = \sqrt{7 + 2\sqrt{6}}$

1. Calculer $A \times B$.
2. On pose $X = A + B$ et $Y = A - B$.
Vérifier que $X > 0$ et $Y < 0$.
3. Calculer : X^2 et Y^2 . En déduire X et Y .
4. Donner alors une expression plus simple de A et B .

Exercice 12

On donne $x = 0,0007$; $y = 2 \cdot 10^2$; $z = 6 \cdot 10^3$.

Sachant que $A = (x^2y)^3z^{-2}$ et $B = \frac{(x^2y^{-2})^{-6}}{(z^{-2}y^{-3})^{-2}}$.

Ecrire A et B sous la forme d'un produit de puissances de nombres premiers.

Exercice 13

Simplifier l'écriture de A et B : (p est un nombre réel.)

$$A = 1 - \frac{3}{4 - \frac{2}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}}} \quad ; \quad B = \left(\sqrt{p^2 + p + 1} - p - \frac{1}{2} \right) \left(\sqrt{p^2 + p + 1} + p + \frac{1}{2} \right).$$

Exercice 14

Simplifier les expressions ci-dessous :

$$A = \sqrt{\frac{8^{10} + 4^{10}}{8^4 + 4^{11}}} \quad ; \quad B = \frac{(8^{n+1} + 8^n)^2}{(4^n - 4^{n+1})^3}.$$