

Groupe Excellence

Excellez avec les meilleurs professeurs !



Matière : Sciences Physiques	P₁ : Travail et Puissance	Professeur : M. DIALLO
Niveau : 1 ^{ère} S		Téléphone : 77.148.28.36 lodiamatador@mail.com

I) Travail d'une force constante

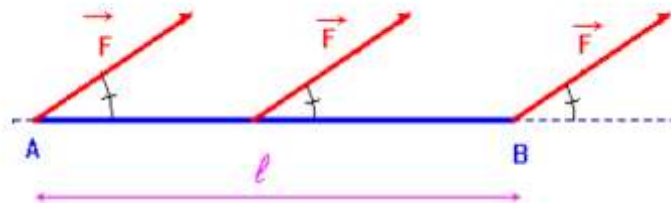
Une force est dite constante lorsqu'elle garde la même direction, le même sens et la même intensité.

I.1) Travail d'une force constante sur un déplacement rectiligne

Le travail effectué par une force $\vec{F}$ pour un déplacement rectiligne AB de son point d'application est donné par :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \cdot AB \cdot \cos(\vec{F}; \vec{AB})$$

En posant $AB = l$ et $(\vec{F}; \vec{AB}) = \alpha$, il vient : $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = F \cdot l \cdot \cos \alpha$



Pour les unités : $\begin{cases} W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) \text{ en Joule (J)} \\ AB = l \text{ en mètre (m)} \\ \alpha \text{ en degré (}^\circ\text{)} \end{cases}$

Conséquences :

- Si $0 \leq \alpha < 90^\circ$, $\cos \alpha > 0 \Rightarrow W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) > 0$:
le travail est moteur, $\vec{F}$ est une force motrice ;
- Si $\alpha = 90^\circ$, $\cos \alpha = 0 \Rightarrow W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = 0$: *$\vec{F}$ ne travaille pas*
- Si $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$, $\cos \alpha < 0 \Rightarrow W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) < 0$:
le travail de $\vec{F}$ est résistant, $\vec{F}$ est une force résistante.

I.2) Travail d'une force constante lors d'un déplacement quelconque

I.2.1) Expression du travail

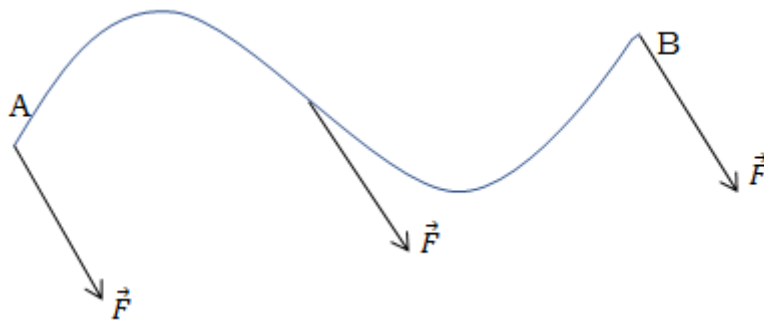
Groupe Excellence

Excellez avec les meilleurs professeurs !



Le travail d'une force constante ne dépend pas du chemin suivi, il dépend uniquement des positions de départ et d'arrivée de son point d'application.

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$$



De façon analytique, le travail d'une force $\vec{F}$, de coordonnées (F_x, F_y, F_z) , se déplaçant d'un point $A(x_A, y_A, z_A)$ à un point $B(x_B, y_B, z_B)$ dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est donné par :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = F_x(x_B - x_A) + F_y(y_B - y_A) + F_z(z_B - z_A)$$

Application 1

Le point d'application G d'une force $\vec{F}$ est déplacé dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On donne $\vec{F} = 3\vec{i}$ (F en Newton).

G est déplacé successivement de A à B, de B à C puis de C à D.

On donne $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$; $\overrightarrow{OB} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$; $\overrightarrow{OC} = -2\vec{i} + 8\vec{j}$; $\overrightarrow{OD} = -4\vec{i}$.

Les coordonnées des points sont en cm. Calculer le travail effectué par la force sur chaque déplacement.

Indication : on utilisera la relation analytique comme suit :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = F_x(x_B - x_A) + F_y(y_B - y_A) + F_z(z_B - z_A)$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = 3(-3 - 2) \cdot 0,01 + 0 + 0 = -15 \cdot 0,01 = -0,15J$$

Faire de même pour $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CD}$

1.2.2) Travail du poids d'un corps

Soit un corps de poids $\vec{P}$ et de centre d'inertie G se déplaçant d'un point A d'altitude z_A à un point B d'altitude z_B dans un champ de pesanteur $\vec{g}$.

Groupe Excellence

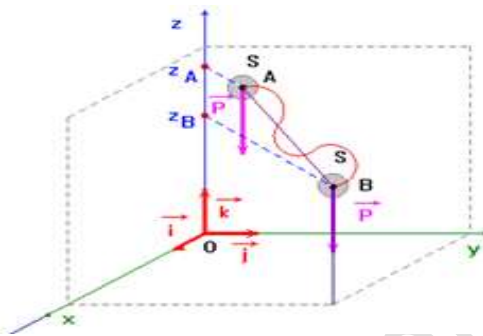
Excellez avec les meilleurs professeurs !



$$\vec{P} \begin{cases} P_x = 0 \\ P_y = 0 \\ P_z = -P \end{cases} ; \quad \overrightarrow{AB} \begin{cases} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{cases}$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AB} = P_z(z_B - z_A) = mg(z_A - z_B)$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AB} = P \cdot AB \cdot \cos \alpha = mg \cdot AB \cdot \cos \alpha$$



Considérons le triangle rectangle d'hypothénuse AB :

$$\cos \alpha = \frac{z_A - z_B}{AB} \Rightarrow z_A - z_B = AB \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = mg \cdot (z_A - z_B)$$

Posons $z_A - z_B = h$

— Si le mobile descend, $W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = mg(z_A - z_B)$

$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = mgh$: **le travail est moteur ;**

— Si le mobile monte, $W_{B \rightarrow A}(\vec{P}) = mg(z_B - z_A) = -mg(z_A - z_B)$

$W_{B \rightarrow A}(\vec{P}) = -mgh$: **le travail est résistant.**

Le travail du poids d'un corps ne dépend pas du chemin suivi, il ne dépend que de la différence d'altitude (dénivellation h) de son centre de gravité : **le poids est une force conservative.**

Point méthode : h est la distance séparant les horizontales passant par le centre de gravité du corps **au départ et à l'arrivée.**

I.3) Travail effectué par les forces de frottement

Groupe Excellence

Excellez avec les meilleurs professeurs !



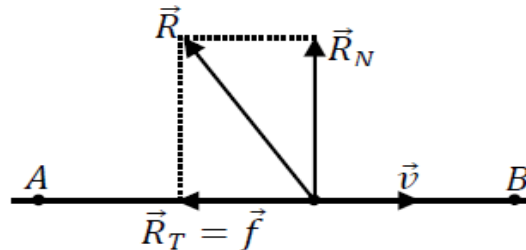
Par définition, $\vec{R} = \vec{R}_N + \vec{R}_T = \vec{R}_N + \vec{f}$ où

$$\begin{cases} \vec{R}: \text{réaction du support} \\ \vec{R}_N: \text{réaction normale} \\ \vec{R}_T = \vec{f}: \text{réaction tangentielle ou force de frottement} \end{cases}$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = W_{A \rightarrow B}(\vec{R}_N) + W_{A \rightarrow B}(\vec{f})$$

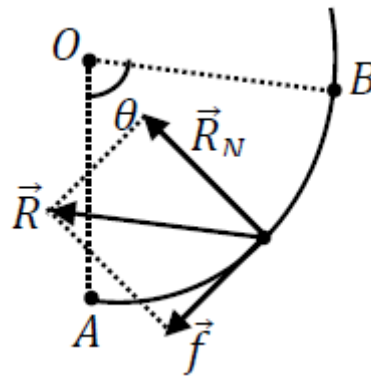
Comme $W_{A \rightarrow B}(\vec{R}_N) = 0$, alors $W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = -f \cdot \widehat{AB} < 0$

— Cas d'un déplacement rectiligne



$$W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = -f \cdot \widehat{AB} = -f \cdot AB = -f \cdot l$$

— Cas d'un déplacement circulaire



$$W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = -f \cdot \widehat{AB}$$

$$\widehat{AB} = r\theta \Rightarrow W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = -f r\theta$$

Application 2

Une caisse de masse $m=2,0$ Kg est tirée sur un plan incliné supposé parfaitement lisse (absence de frottement). Le câble de traction, tangent à la piste, fait un angle $\alpha = 30^\circ$ avec l'horizontal et la force de traction a pour valeur $F = 20$ N.

Groupe Excellence

Excellez avec les meilleurs professeurs !



- Faire le bilan des forces appliquées à la caisse
- Calculer le travail de chacune de ces forces lorsque la caisse se déplace de $L=5,0$ m sur la piste.
- Reprendre les questions précédentes en supposant que la piste est rugueuse (existence de forces de frottement). Les frottements sont assimilés à une force de valeur $f = 5$ N.

Résolution :

- Système : {caisse}

Bilan des forces : $\vec{P}$; $\vec{R}_N$; $\vec{F}$

- La caisse monte, donc : $W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = -mgh = -mgL \sin \alpha = -50J$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}_N) = 0 \text{ et } W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = F \cdot L = 100J$$

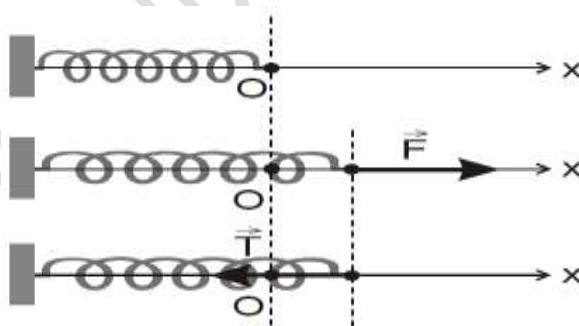
- Pour les forces de frottement : $W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = -f \cdot L = -25J$

II) Travail d'une force variable

II.1) Cas de la tension d'un ressort

La tension d'un ressort est une force de rappel. Par définition, elle s'écrit :

$$\vec{T} = -kx\vec{i}$$



Le travail effectué par la tension $\vec{T}$ d'un ressort lorsque son point d'application passe de l'abscisse 0 (ressort au repos) à l'abscisse x est donné par :

$$W(\vec{T}) = -\frac{1}{2}kx^2$$

De façon générale, entre deux positions A_1 et A_2 d'abscisses respectives x_1 et x_2 , ce travail est donné par :

Groupe Excellence

Excellez avec les meilleurs professeurs !



$$W(\vec{T}) = \frac{1}{2} k(x_1^2 - x_2^2)$$

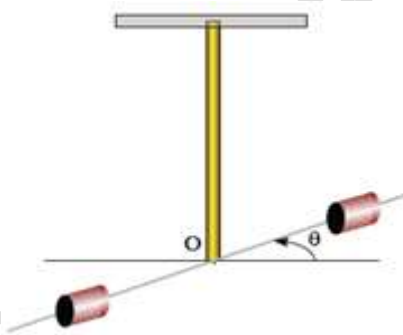
Le travail W est en joule (J) ; la constante de raideur k en $N.m^{-1}$ et l'élongation x en m. Ce travail ne dépend pas du chemin suivi, **la tension d'un ressort est une force conservative.**

II.2) Cas d'un couple de torsion

Le travail d'un couple de torsion $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ tordu d'un angle θ_1 à un angle θ_2 est donné par la relation :

$$W_{\theta_1 \rightarrow \theta_2}(\vec{C}) = W_{\theta_1 \rightarrow \theta_2}(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = \frac{1}{2} C(\theta_1^2 - \theta_2^2)$$

C est la constante de torsion ; elle ne dépend que de la nature du fil et s'exprime en **$N.M.rad^{-1}$** ; θ en radian (**rad**) et W en **J (Joule)**.



II.3) Cas d'une force de norme constante ayant un effet de rotation

Le travail d'une force de module constant dont le point d'application décrit un cercle est :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \mathcal{M}_A(\vec{F}) \times \theta \quad \text{Où } \theta : \text{angle de rotation en radian (rad)}$$

Quand le point d'application de $\vec{F}$ effectue n tours, alors :

$$\theta = 2\pi n \text{ et } W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \mathcal{M}_A(\vec{F}) \cdot 2\pi n$$

Dans le cas d'un couple de force $\vec{C} = (\vec{F}_1, \vec{F}_2)$, le travail s'écrit :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{C}) = \mathcal{M}_A(\vec{C}) \cdot 2\pi n$$

Groupe Excellence

Excellez avec les meilleurs professeurs !



III) Puissance

La puissance est le travail effectué par une force pendant un temps donné.

III.1) Puissance moyenne

Une force $\vec{F}$ effectue un travail $W_{A \rightarrow B}(\vec{F})$ par déplacement de son point d'application de A à B. Si ce travail est fait pendant la durée Δt , la puissance moyenne de la force $\vec{F}$ est définie par :

$$P_m(\vec{F}) = \frac{W_{A \rightarrow B}(\vec{F})}{\Delta t} = \frac{W_{A \rightarrow B}(\vec{F})}{t_B - t_A}$$

$P_m(\vec{F})$ en Watt (**W**) ; $W_{A \rightarrow B}(\vec{F})$ en Joule (**J**) ; Δt en seconde (**s**)

III.2) Puissance instantanée

Pendant un intervalle de temps δt très court, une force $\vec{F}$ effectue un travail δW très petit. On définit alors la puissance instantanée avec laquelle le travail s'effectue par :

$$\mathcal{P} = \frac{\delta W}{\delta t} = \frac{\vec{F} \cdot \delta \vec{l}}{\delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$
$$\Rightarrow \mathcal{P} = F \cdot v \cdot \cos(\vec{F}, \vec{v}) = F \cdot v \cdot \cos \alpha$$

$\vec{v}$ est la vitesse instantanée du point d'application de la force.

$\mathcal{P}$ en Watt (**W**) ; F en Joule (**J**) et v en (**m/s**)

III.3) Puissance d'une force dans un mouvement de rotation

La puissance dans le cas d'un mouvement de rotation s'exprime comme suit :

$$\mathcal{P}(\vec{F}) = \frac{\delta W}{\delta t} = \frac{\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) \delta \alpha}{\delta t} = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) \cdot \frac{\delta \alpha}{\delta t}$$
$$\Rightarrow \mathcal{P}(\vec{F}) = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) \cdot \omega$$

Avec ω (**rad.s⁻¹**) vitesse angulaire de rotation du solide autour de l'axe.

Application 3

Un disque de masse $m = 100$ g, de rayon $r = 20$ cm tourne autour de l'axe perpendiculaire au disque en son centre.

Groupe Excellence

Excellez avec les meilleurs professeurs !



- 1) Il est animé d'un mouvement de rotation uniforme, entretenu grâce à un moteur qui fournit une puissance de 36 mW. Un point A, situé à la périphérie du disque est animé d'une vitesse de 2,4 m/s.
 - a) Calculer la vitesse angulaire du disque.
 - b) Calculer la vitesse du point B situé à 2 cm du centre du disque.
 - c) Calculer le moment du couple moteur.
 - d) Calculer le travail effectué par le couple moteur quand le disque tourne de 10 tours.
- 2) On coupe l'alimentation du moteur : le disque s'arrête au bout de 8 s après avoir tourné de 7,6 tours. Le frottement peut être représenté par une force constante, d'intensité $1,5 \cdot 10^{-2}$ N, tangente au disque.
 - a) Calculer le travail de cette force pendant cette phase du mouvement.
 - b) Calculer la puissance moyenne de la force de frottement durant cette phase.
 - c) Calculer la puissance (instantanée) de la force de frottement au commencement de cette phase.