

Groupe Excellence

Excellez avec les meilleurs professeurs !



Matière : Mathématique	Équations et inéquations du second degré	Professeur : M. Sarr
Groupe Excellence (cours en ligne)		Niveau : 2 nd S

Exercice 1 :

Pour chacun des trinômes du second degré suivant, donner la forme canonique et factoriser si possible :

- 1) $x^2 + 4x - 1$; 2) $3x^2 - 7x + 9$; 3) $-x^2 + 2x + 2$; 4) $4\sqrt{2}x - x^2 - 8$; 5) $\frac{1}{2}x^2 + x - 4$;
6) $2x(x - 3)$; 7) $-5x^2 + 10$; 8) $(2x - 5)(2x + 5)$; 9) $3(x + 1)^2 - x$; 10) $-9x^2 - 1$.

Exercice 2 :

- 1) Calculer $(4 - 3\sqrt{5})^2$ et résoudre dans l'ensemble des nombres réels l'équation :
 $-x^2 + (3 - 2\sqrt{5})x + 8 - 3\sqrt{5} = 0$.

- 2) Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a) $\frac{3}{2}x^2 - \frac{31}{2}x + 5 = 0$; b) $x^2 + |x + 1| = 4x - 1$; c) $\frac{x+2}{x^2-4x+3} = \frac{x+5}{x^2-7x+6}$;
d) $x^3 - x = 2 - 2x^3$; e) $\left(\frac{x+2}{2x-1}\right)^2 + \left(\frac{x+2}{2x-1}\right) = \frac{3}{4}$; f) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$.

- 3) Soient x_1 et x_2 les solutions de l'équation : $2x^2 + 9x - 3 = 0$. Sans calculer x_1 et x_2 , calculer :

a) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$; b) $x_1^2 + x_2^2$; c) $|x_1 - x_2|$; d) $\frac{1}{x_1-1} + \frac{1}{x_2-1}$.

Exercice 3 :

Résoudre chaque équation après avoir cherché une solution «évidente» :

- 1) $(x + 2)(x + 3) = 8 \times 9$; 2) $4x^2 + 7x + 2 = \frac{4}{3} + \frac{7}{\sqrt{3}} + 2$;
3) $x^2 + 2x = a^2 + 2a$ (a est un réel fixé) ; 4) $x^2 + (2 + 3\sqrt{5})x + 6\sqrt{5} = 0$.

Exercice 4 :

- 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

a) $9x^2 - 6\sqrt{2}x + 2 \leq 0$; b) $|x^2 - 5x + 10| < |x^2 - 9x + 14|$; c) $x^2 - |2x + 3| > 0$;
d) $(x^2 - 4x + 3)(x^2 - 5x + 4) < 0$; e) $\frac{3x^2-7x+1}{x^2-4x+3} \geq 0$; f) $(2x + 3)^2 + 3 \neq 0$;

Groupe Excellence

Excellez avec les meilleurs professeurs !



g) $\begin{cases} x^2 - x - 1 > 0 \\ 2x - 1 < x^2 + 4 \end{cases}$; h) $\begin{cases} -5x^2 + 3x + 1 > 0 \\ -5x^2 + 3x + 2 > 0 \end{cases}$; i) $x - 1 < \frac{x^2}{2} + 2x - 1 < x + 11$.

2) Pour quelles valeurs du paramètre réel m , le trinôme $(m - 1)x^2 - 2mx + (m + 2)$ est-il positif quel que soit le réel x ?

3) Montrer que pour tous réels non nuls a et b on a :

$$\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 3 \geq 2 \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right). \text{ Indication : Poser } x = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \text{ et calculer } x^2.$$

Exercice 5 :

Résoudre les équations suivantes, après avoir déterminé leur ensemble de définition et les avoir ramenées à une équation du second degré :

1) $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-3} + \frac{3}{4} = 0$;

2) $\frac{1}{x-5} + \frac{1}{3(x-4)} + \frac{1}{2(x-1)} = 0$;

3) $\frac{x}{x-1} = \frac{3x-4}{(x-1)(x-2)}$;

4) $\frac{x^2-x-8}{x+2} = \frac{3}{x-3} - \frac{5x}{(x+2)(x-3)}$.

Exercice 6 :

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$:

1) $\begin{cases} x + y = \frac{-5}{6} \\ xy = -\frac{7}{2} \end{cases}$; 2) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 34 \\ xy = 15 \end{cases}$; 3) $\begin{cases} x - y = 6 \\ xy = 16 \end{cases}$; 4) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -3 \\ (3x-1)(3y-1) = \frac{5}{14} \end{cases}$; 5) $\begin{cases} |x| + y = 13 \\ |x|y = 36 \end{cases}$.

Exercice 7 :

On suppose que le trinôme $ax^2 + bx + c$ admet deux racines x_1 et x_2 .

Montrer que le discriminant Δ vérifie $\Delta = (a(x_1 - x_2))^2$.

Exercice 8 :

Déterminer dans chacun des cas les dimensions du triangle rectangle :

1) L'aire est égale à 30, l'hypoténuse est égale à 13.

2) L'aire est égale à 60, le périmètre est égal à 40.

3) L'hypoténuse est égale à 35, le périmètre est égal à 84.

Exercice 9 :

Groupe Excellence

Excellez avec les meilleurs professeurs !



Un comité d'entreprise a réservé un certain nombre de places pour un concert, pour un montant total de 21600 F. S'il avait réservé 30 places de plus, l'organisateur du concert lui aurait accordé, une

réduction de 20 F par place et il lui en aurait coûté 2400 F de plus.

Combien de places ont été réservées par le comité d'entreprise et quel est le prix de la place ?

Exercice 10 :

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 + 200x - 1664 = 0$.

2) Un article coûtait 100.000F au premier janvier de l'année 2009. Chaque année, son prix subit une

hausse de $x\%$. Au premier janvier 2011, il coûte alors 116.640F. Calculer x .

Exercice 11 :

Soit (E): $(m + 2)x^2 - 2mx + m - 1 = 0$.

1. Pour quelle valeur de m , (E) est-elle une équation du 1^{er} degré ? Dans ce cas, résoudre (E).
2. Pour quelles valeurs de m , (E) est-elle une équation du 2nd degré ? Dans ce cas, résoudre suivant les valeurs de m , l'équation (E).
3. Dans le cas où (E) est du 2nd degré et qu'elle admet deux solutions, déterminer une relation indépendante de m entre ces solutions de (E). (E) admet-elle une solution double ?

Exercice 12 :

On considère l'équation (E) suivante : $(m + 3)x^2 - 2x + 1 = 0$ où m est un paramètre réel.

- 1) Discuter suivant les valeurs de m l'existence et le nombre de solutions de (E).
- 2) Dans le cas où (E) deux racines distinctes, calculer leur somme et leur produit et former une relation indépendante de m liant ces deux racines.

Exercice 13 :

Discuter, suivant les valeurs du paramètre m , l'existence et le signe des racines de l'équation (E): $(m - 2)x^2 - (2m - 1)x + m + 3 = 0$.

Exercice 14 :

Soit a un réel fixé. On considère les deux équations du second degré suivantes d'inconnue x :

$(E_1): x^2 + ax + 1 = 0$; $(E_2): x^2 + x + a = 0$.

Groupe Excellence

Excellez avec les meilleurs professeurs !

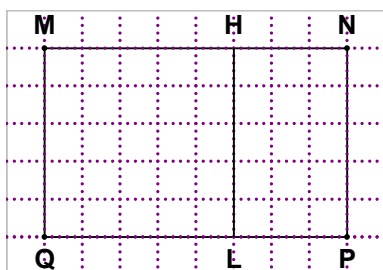


- 1) Résoudre (E_1) et (E_2) lorsque $a = 1$.
- 2) On suppose $a \neq 1$; Sans calculer les racines, montrer que si (E_1) et (E_2) ont une racine commune x_0 , alors nécessairement $x_0 = 1$, puis $a = -2$.
- 3) Pour quelles(s) valeur(s) de a (E_1) et (E_2) ont-elles une racine commune ?

Exercice 15 :

On appelle nombre d'or le nombre $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

- 1) a) Montrer que $\frac{1}{\phi} = \phi - 1$.
b) En déduire que ϕ est une solution de l'équation $x^2 = x + 1$, puis calculer ϕ^2 .
- 2) a) Montrer que pour tout entier naturel n , ϕ est une solution de l'équation $\phi^{n+2} = \phi^{n+1} + \phi^n$.
b) En déduire les valeurs de ϕ^3 ; ϕ^4 ; ϕ^5 .
- 3) Dans la figure ci-dessous MNPQ est un rectangle et MHLQ est un carré.



Démontrer que si $\frac{MN}{MQ} = \phi$ alors $\frac{NP}{NH} = \phi$.

Exercice 16 :

Soit $(E) : x^4 - 2x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$.

- 1) Zéro est-il solution de (E) . Démontrer que si a est solution de (E) alors il en est de même $\frac{1}{a}$.
- 2) Prouver que l'équation (E) est équivalente à $x^2 - 2x - 1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$ (E') .
Poser $X = x + \frac{1}{x}$ et démontrer que X vérifie l'équation $X^2 - 2X - 3 = 0$ (E'') .
Résoudre (E'') . En déduire les solutions de (E) .

Exercice 17 :

Groupe Excellence

Excellez avec les meilleurs professeurs !



Déterminer un entier naturel N à deux chiffres tel que la somme des chiffres donne 13 et si on ajoute 34 au produit des chiffres, on obtient un entier naturel N' qui a les mêmes chiffres que N mais disposés dans un ordre différent.

Exercice 18 :

On considère deux points A et B tel que $AB = 4$ cm. Un point M distinct de A et B décrit le cercle de diamètre $[AB]$.

1. Quelle est la nature du triangle MAB ?
2. Soit H le projeté orthogonal de M sur (AB) et on pose $AH = x$.
 - a. Quel est l'ensemble I décrit par x ?
 - b. On admet que $MH^2 = HA \times HB$. Exprimer MH^2 en fonction de x .
 - c. On pose $f(x) = MH^2$. Déterminer la valeur maximale de l'aire de MAB lorsque x décrit I .
 - d. Quelle est la valeur maximale de $MA \times MB$ lorsque x décrit I ?