==

République du Sénégal
Ministère de L'éducation nationale
Inspection d'académie de Rufisque
Inspection de l'éducation et de la formation de Diamniadio
Collège d'excellence franco arabe Daara Rama
Année scolaire :2023-2024

Devoir surveillé N°3 de Mathématiques du 1^{er} semestre

Niveau : 2^{nde}SA — **Durée :** 3 heures

==

▷ Exercice 1 — 4pts

1. Pour chacune des propositions suivantes, trois réponses sont proposées et une seule d'entre elles est exacte. Recopier sur votre copie, le numéro de la proposition suivi du numéro de la réponse choisie. **(4 × 0,5pt)**

a. Si α et β sont deux nombres réels de somme S et de produit P alors ils sont solutions de l'équation d'inconnue y :
(i). $-y^2+Sy-P=0$; (ii). $y^2-Sy-P=0$; (iii). $y^2-Sy+P=0$.

b. La forme canonique du trinôme du second degré en x, $\sqrt{3}x^2-x+\sqrt{2}$ est :
(i). $\sqrt{3}\left[\left(x-\dfrac{\sqrt{3}}{6}\right)^2+\dfrac{-1+4\sqrt{6}}{12}\right]$; (ii). $\sqrt{3}\left[\left(x-\dfrac{\sqrt{3}}{6}\right)^2+\dfrac{1-4\sqrt{6}}{12}\right]$;

(iii). $\sqrt{3}\left[\left(x+\dfrac{\sqrt{3}}{6}\right)^2-\dfrac{1-4\sqrt{6}}{12}\right]$.

c. La forme factorisée du trinôme du second degré en x, $-2x^2+x-7$
(i). est $-2(x-1)(x-\frac{7}{2})$; (ii). est $-2(x+1)(x+\frac{7}{2})$; (iii). n'existe pas dans l'ensemble $\mathbb{R}$.

d. Dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$, on donne les points $A(-1;3)$, $B(3;3)$ et $C(5;-2)$. Les coordonnées du barycentre des points pondérés $(A;1)$, $(B;-1)$ et $(C;2)$ sont le couple :
(i). $(-2;3)$; (ii). $(3;-2)$; (iii). $(-3;2)$.

2. A, B et C sont trois points non alignés du plan. m est un nombre réel quelconque. On nomme G_m le barycentre des points pondérés $(A;2)$, $(B;m+1)$ et $(C;-m-1)$.

a. Justifier que pour tout réel m, le point G_m existe. **(0,25pt)**

b. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AG_m}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{CB}$ et du réel m. **(1pt)**

c. En déduire l'ensemble que décrivent les points G_m lorsque $m \in \mathbb{R}$. **(0,75pt)**

✍ ▷ Exercice 2 — 6pts

1. On consière l'équation du second degré suivante $(E) : -2x^2 + 7x - 1 = 0$.

a. Justifier que (E) admet deux solutions distinctes notées a et b (on ne demande pas de calculer a et b). **(0,5pt)**

b. Justifier que $a > 0$ et $b > 0$. **(0,5pt)**

c. On suppose que $a < b$.

i. Calculer $\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)^2$ puis en déduire $\sqrt{a} - \sqrt{b}$. **(0,75pt)**

ii. Calculer $(\sqrt{a} + 1)\left(\sqrt{b} - 1\right)$ et $\dfrac{1}{a^3} + \dfrac{1}{b^3}$ **(0,75pt + 1pt)**

d. Résoudre l'équation d'inconnue x, $x^4 - 3x^2 + 1 = 0$. **(1pt)**

e. Résoudre l'inéquation d'inconnue x, $-x^2 + 2x + 8 > 0$. En déduire le signe du nombre $-(3,77775)^2 + 2(3,77775) + 8$ sans le calculer. **(1pt + 0,5pt)**

✍ ▷ Exercice 3 — 6pts

EFG est un triangle et I est le milieu du segment $[FG]$. L est le barycentre de $(E; 2), (F; 1)$ et K est le barycentre de $(E; 2), (G; -1)$.

1. Montrer que E est le milieu du segment $[GK]$. **(0,5pt)**

2. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{IL}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{IE}$ et $\overrightarrow{IF}$. Le point L peut-il être barycentre des points E, I et F ? Justifier la réponse. **(1,25pt)**

3. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{IK}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{IE}$ et $\overrightarrow{IF}$. Le point K peut-il être barycentre des points E, I et F ? Si oui, déterminer les coefficients de E, I et F. **(1,25pt)**

4. Montrer que les points L, K et I sont alignés. **(1,5pt)**

5. Montrer que L est le centre de gravité du triangle KFG. **(1,5pt)**

✍ ▷ Exercice 4 — 4pts

$ABCD$ est un carré de côé 5. I, J et K appartiennent respectivement aux segments $[AD], [AB]$ et $[DC]$ tels que $AI = AJ = DK = x$ où $x \in]0; 5[$. La parallèle à la droite (AB) passant par I coupe les segments $[JK]$ et $[BC]$ respectivement en M et N.

1. Faire une figure. **(0,5pt)**

2. Montrer que l'aire des deux quadrilatères $AIMJ$ et $MNCK$ est pour tout réel $x \in]0; 5[$, $S(x) = 2x^2 - 10x + 25$. **(0,75pt)**

3. Déterminer x pour que $S(x)$ soit plus petite que l'aire du carré $ABCD$ et plus grande que la moitié de cette aire. **(1,5pt)**

4. Si possible, déterminer x pour que M soit barycentre des points pondérés $(B; -1)$ et $(D; 3)$ **(1,25pt)**