==

République du Sénégal
Ministère de l'éducation nationale
Inspection d'académie de Rufisque
Inspection de l'éducation et de la formation de Diamniadio
Collège d'excellence franco arabe Daara Rama
Année scolaire :2023-2024

Devoir surveillé N°2 de Mathématiques du 2^{nd} semestre

Niveau : 2^{nde}SA

Durée : 3 heures

==

▷ Exercice 1 — 7pts

On considère le polynôme $P(x) = 6x^4 - x^3 - 14x^2 - x + 6$.

1. **a.** Montrer que 0 n'est pas une racine de $P(x)$. **(0,5pt)**

   b. Montrer que $\dfrac{3}{2}$ est une racine de $P(x)$. **(0,5pt)**

2. Déterminer le polynôme $Q(x)$ tel que $P(x) = (x+1)Q(x)$ **(1pt)**

3. **a.** Soit a un nombre réel non nul. Montrer que $\dfrac{P(a)}{a^4} = P\left(\dfrac{1}{a}\right)$. **(1pt)**

   b. Montrer que si a est racine de $P(x)$ alors $\dfrac{1}{a}$ est aussi racine de $P(x)$. **(0,5pt)**

   c. En déduire les racines de $P(x)$. **(0,5pt)**

4. **a.** Factoriser $P(x)$. **(1pt)**

   b. En déduire que $P(x) = (x+1)^2(2x-3)(3x-2)$ **(1pt)**

   c. Résoudre l'inéquation $P(x) \geqslant (x+1)(2x-3)(x-2)$. **(1pt)**

▷ Exercice 2 — 6pts

On considère dans le plan rapporté à un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.
Les droites (D_m) définies par $(D_m) : (m-2)x + (1-3m)y + 6 - 2m = 0$ où $m \in \mathbb{R}$.

1. Pour quelle valeur de m, (D_m) passe par le point $A(-1;-1)$? **(1pt)**
2. Donner une représentation paramétrique de la droite (D_0). **(1pt)**
3. Déterminer m sachant que (D_m) est parallèle à l'axe des ordonnées. **(1,25pt)**
4. Déterminer m sachant que (D_m) est parallèle aux droites de vecteur directeur $\vec{w} = \vec{i} + 2\vec{j}$. **(1,25pt)**
5. Montrer que toutes les droites (D_m) passent par un point fixe B dont on déterminera les coordonnées. **(1,5pt)**

✍ ▷ **Exercice 3** **7pts**

Les parties A, B et C sont indépendantes

Partie A

1. Donner la mesure principale des angles orientés dont une mesure en radian est donnée :
$\alpha = \dfrac{25\pi}{3}$ $\quad \beta = -\dfrac{25\pi}{4}$ $\quad \gamma = \dfrac{7\pi}{8}$ **(3 × 0,25pt)**

2. Sur le cercle trigonométrique, placer les points A, B, C et D représentatifs respectifs angles suivants :
$-\dfrac{5\pi}{4}$, $\dfrac{\pi}{3}$, $-\dfrac{2\pi}{3}$ et $\dfrac{5\pi}{6}$ **(4 × 0,25pt)**

Partie B

Pour tout réel x, on pose $A(x) = 4\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)\sin x + \sin\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)\cos^3 x$

1. Montrer que pour tout réel x : $A(x) = (2 - \cos^2 x)^2$ **(0,5pt)**.

2. a. Vérifier que pour tout réel x : $A(-x) = A(x) = A(\pi - x)$. **(0,5pt)**

b. Calculer $A\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$; $A\left(\dfrac{5\pi}{6}\right)$ et $A\left(\dfrac{2025\pi}{4}\right)$. **(0,75pt)**

3. Calculer $A(x)$ sachant que $\tan x = \sqrt{7}$ (Remarquer que $1 + \tan^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$). **(0,5pt)**

Partie C

1. Soit α un réel de l'intervalle $\left]0; \dfrac{\pi}{2}\right[$.
Montrer que $\sqrt{1 + 2\cos\alpha\sin\alpha} = \cos\alpha + \sin\alpha$. **(0,5pt)**

2. On considère dans $\mathbb{R}$, l'équation suivante : $(E) : (\cos\alpha)x^2 - 2x - 2\sin\alpha = 0$

a. Montrer que dans $\mathbb{R}$, l'équation (E) admet deux solutions distincts x_1 et x_2 que l'on exprimera en fonction de $\tan\alpha$. **(1pt)**

b. On note $S = x_1 + x_2$ et $P = x_1 \times x_2$.
Montrer que $x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P$. **(0,5pt)**

c. En déduire $x_1^2 + x_2^2$ en fonction de $\tan x$. **(1pt)**

BONNE CHANCE