République du Sénégal
Ministère de l'éducation nationale
Inspection d'académie de Rufisque
Inspection de l'éducation et de la formation de Diamniadio
Collège d'excellence franco arabe Daara Rama
Année scolaire :2023-2024

Devoir surveillé N°2 de Mathématiques du 1$^{\text{er}}$ semestre

Niveau : 2^{nde}SA **Durée :** 3 heures

Exercice 1 — 6pts

1. Résoudre les équations et inéquations suivantes : **(4 × 0,5pt)**

- **a.** $|2x-3|=8$
- **b.** $|x-3|=|x+2|$
- **c.** $|5-4x|\leqslant 1$
- **d.** $1\leqslant |x+2|\leqslant 2$

2. Soient $a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$ tels que $a\geqslant -2$; $b\leqslant -1$ et $a-b=6$

- **a.** Calculer le nombre $A=\sqrt{(a+2)^2}+\sqrt{(b+1)^2}$ **(0,5pt)**
- **b.** Montrer que $a\leqslant 5$ et $b\geqslant -8$ **(0,5pt)**
- **c.** En déduire la valeur de $B=|a+b-4|+|a+b+10|$ **(1pt)**

3. Soit a une approximation de $\dfrac{1}{2}$ à $\dfrac{1}{12}$ près.

- **a.** Montrer que $\dfrac{5}{12}<a<\dfrac{7}{12}$ **(0,5pt)**
- **b.** Encadrer le nombre $\dfrac{a}{3a-1}$ **(0,5pt)**
- **c.** En déduire que $\dfrac{13}{9}$ est une approximation de $\dfrac{a}{3a-1}$ à $\dfrac{8}{9}$ **(1pt)**

Exercice 2 — 7pts

Soit a et b deux réels strictement positifs. On pose $f(x)=x^2$ et $g(x)=x^4$.

1.
- **a.** Montrer que $f\left(\dfrac{a+b}{2}\right)=\dfrac{1}{4}(a^2+b^2)+\dfrac{ab}{2}$ **(1,5pt)**
- **b.** Exprimer alors $\dfrac{1}{2}f(a)+\dfrac{1}{2}f(b)-f\left(\dfrac{a+b}{2}\right)$ en fonction de a et b **(1,5pt)**
- **c.** En déduire alors que $f\left(\dfrac{a+b}{2}\right)\leqslant\dfrac{1}{2}(f(a)+f(b))$ **(1,5pt)**

2. Démontrer de même que $g\left(\dfrac{a+b}{2}\right)\leqslant\dfrac{1}{2}(g(a)+g(b))$ **(1,5pt)**

✍ ▷ **Exercice 3** **7pts**

Soit $ABDC$ un parallélogramme. On considère les points J, I, I' et K tels que :

$$\begin{cases} J \text{ est le milieu du segment } [AC] \\ 3\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AB} \\ 3\overrightarrow{AI'} = \overrightarrow{AB} \\ AIKJ \text{ est un parallélogramme} \end{cases}$$

Soit $G = \text{ bar } \{(A; 1), (B; 2), (C; 1)\}$

1. Montrer que les droites (BJ) et (CI) se coupent au point G. **(0,5pt)**

2. **a.** Montrer que le point D est le barycentre des points A, B et C affectés des coefficients à déterminer. **(0,5pt)**

b. Montrer que le point K est le barycentre des points A, B et C affectés des coefficients à déterminer. **(1pt)**

c. En déduire chacun des vecteurs $\overrightarrow{GD}$ et $\overrightarrow{GK}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GB}$ et $\overrightarrow{GC}$ **(1pt)**

d. En utilisant les résultats précédents, montrer que les droites $(CI), (BJ)$ et (DK) sont concourantes. **(1pt)**

3. Montrer que les points G, D et I' sont alignés. **(1pt)**

4. Soient $\mathcal{C}$ l'ensemble des points M du plan tels que $||\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|| = 4GD$ et $\mathcal{C}'$ l'ensemble des points M du plan tels que $||\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}|| = 6KD$.

a. Déterminer puis construire $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$. **(2× 0,5pt)**

b. Quelle est la position relative des cercles $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$? Justifier. **(0,5pt +0,5pt)**