République du Sénégal
Ministère de l'éducation nationale
Inspection d'académie de Rufisque
Inspection de l'éducation et de la formation de Diamniadio
Collège d'excellence franco arabe Daara Rama
Année scolaire :2023-2024

Devoir surveillé N°1 de Mathématiques du 1$^{\text{er}}$ semestre

Niveau : 2$^{\text{nde}}$SA | **Durée :** 2 heures

Exercice 1 — 6pts

1. Donner les caractéristiques d'un vecteur non nul. **(1pt)**
2. Soit $\overrightarrow{AB}$ un vecteur non nul et k un réel non nul. Donner les caratéristiques du vecteur $k\overrightarrow{AB}$ **(1pt)**
3. Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls. Traduire par une relation vectorielle le fait que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires. **(1pt)**
4. Donner une caractérisation vectorielle traduisant que I est le milieu du segment $[AB]$. **(1pt)**
5. Si a est un nombre réel négatif et b est un nombre réel positif alors $\sqrt{a^2b}$ est égal à $\cdots$ **(1pt)**
6. Déterminer les signes des nombres a, b et c sachant que : **(1pt)**
   - a et ab ont même signe.
   - a et abc ont des signes contraires.
   - ac et bc ont le même signe.

Exercice 2 — 7pts

On pose $a = \sqrt{3} - \sqrt{2}; b = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ et $c = \dfrac{2}{\sqrt{5} - 1}$

1. Calculer $\dfrac{1}{a+1} + \dfrac{1}{b+1}$ **(1pt)**
2. **a.** Montrer que $a^4 + 1 = 10a^2$ **(1pt)**
   b. Montrer que $b^4 + 1 = 10b^2$ **(1pt)**
   c. En déduire que $a^4 - b^4 = 10(a^2 - b^2)$ **(1pt)**
   d. Montrer que $a^2 - b^2 \neq 0$, en déduire que $a^2 + b^2 = 10$ **(1pt+1pt)**
3. Montrer que $c = \dfrac{1}{1 - \dfrac{1}{1+c}}$ **(1pt)**

✍ ▷ Exercice 3 — 7pts

ABC est un triangle . On considère les points I, J et K définis par : $\begin{cases} I \text{ milieu de } [AB] \\ 3\overrightarrow{JB} + 2\overrightarrow{JC} = \vec{0} \\ 3\overrightarrow{KA} = 2\overrightarrow{CK} \end{cases}$

1. Faire une figure et placer les points I, J et K. **(1pt)**
2. Montrer que les droites (AB) et (JK) sont parallèles **(1pt)**
3. Soit L le point défini par : $3\overrightarrow{LA} + 3\overrightarrow{LB} + 2\overrightarrow{LC} = \vec{0}$
   - **a.** Montrer que $3\overrightarrow{LI} + \overrightarrow{LC} = \vec{0}$ et $5\overrightarrow{LK} + 3\overrightarrow{LB} = \vec{0}$ **(2× 0,75pt)**
   - **b.** En déduire que $\{L\} = (IC) \cap (BK)$ **(1pt)**
4. - **a.** Exprimer chacun des vecteurs $\overrightarrow{BK}$ et $\overrightarrow{BL}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$. $(2 \times 0,75pt)$
   - **b.** En déduire le réel α tel que $\overrightarrow{BL} = \alpha\overrightarrow{BK}$ **(1pt)**