Matière : Mathématiques	**Equations Inéquations et systèmes**	**Professeur** : M. SARR
Groupe Excellence (Cours en ligne)		**Niveau :** 1S2

Exercice 1 :

1) Soit l'équation $(E) : (m+1)x^2 + 2(m-3)x + m + 3 = 0 \ \ (m \neq -1)$

a) Discuter suivant les valeurs de m le nombre de solutions l'équation (E).

b) Dans le cas où (E) admet deux solutions distinctes, déterminer leurs signes selon les valeurs de m.

c) Donner les cas où les racines distinctes existent et sont notées x_1 et x_2, trouver une relation indépendante de m qui les lie. Déduire de cette relation les solutions de x_1 et x_2 telles que $x_1 = 2\,x_2$

2) Former l'équation du second degré dont les solutions sont :

$$X = 2x_1 - 1 \text{ et } Y = 2x_2 - 1$$

Exercice 2 :

Soit l'équation $(1): \mathrm{y}^2 - (\mathrm{m}+1)\mathrm{y} + \mathrm{m} + 3 = 0$ où m est un paramètre réel.

1) Discuter suivant les valeurs de m l'existence et le signe des solutions de (1)

On désigne par a et b les solutions de l'équations (1) lorsqu'elles existent.

2) On considère l'équation $(2): (\mathrm{a}+\mathrm{b})\mathrm{x}^2 - 2\mathrm{x} - \mathrm{ab} = 0$.

Sans calculer a et b, déterminer les valeurs de m pour lesquelles (2) admet deux solutions de signes contraires.

3) Déterminer une équation du second degré dont les solutions sont

$$\mathrm{X}_1 = \frac{1}{\mathrm{a}} \text{ et } \mathrm{X}_2 = \frac{1}{\mathrm{b}}$$

4) Déterminer une relation indépendante de m entre les racines a et b.

Exercice 3 :

On considère l'équation d'inconnue x :

$(m-2)x^2 + 2(m-4)x + (m-4)(m+2) = 0$

1) Etudier l'existence et le signe des racines de cette équation

2)

a) Déterminer une relation indépendante de m liant les racines x' et x'' de cette équation.

b) En déduire les valeurs des racines doubles.

3) Calculer en fonction de m l'expression :

$$y = \frac{1}{1+x'} + \frac{1}{1+x''}$$

Exercice 4 :

A) Les racines x_1 et x_2 d'une équation du second degré vérifiant les relations suivantes

- $x_1 + x_2 - 2x_1x_2 = 0$
- $mx_1x_2 - (x_1 + x_2) = 2m + 1$ où m est un paramètre réel

1) Former cette équation

2) Déterminer m pour que l'équation admet deux racines positives

3) On considère un triangle dont les côtés de l'angle droit ont pour mesures respectives x_1 et x_2
Déterminer m pour que l'hypoténuse de ce triangle soit égale à $\sqrt{2}$.

B) Soit l'équation(E): $x^2 - 2mx + m^2 + m - 2 = 0$

1) Etudier l'existence et le signe des solutions de l'équations (E).

2) a) Former une équation du second degré d'inconnue étant les solutions $X_1 = 4x_1 - 3m$ et $X_2 = 4x_2 - 3m$
b)Determiner m pour que $x_1 et\ x_2$ étant les solutions des racines qui vérifient $4x - 3 > 0$?

Exercice 5 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations irrationnelles suivantes :

a) $\sqrt{x^2 + x} = 2x - 1$ b) $\sqrt{3x^2 - 11x + 21} = 2x - 3$ c) $2x + 1 + \sqrt{-7x - 5} = 0$

d) $\sqrt{6x + 2} - \sqrt{3x} = \sqrt{9x - 2}$ e) $\sqrt{x + 2} + \sqrt{3x - 2}$ f) $\sqrt{x^2 - x - 2} = |3x - 4|$

g) $\sqrt{2x + 1} - \sqrt{2x - 1} = 1$ i) $x + \sqrt{-x + 3} - 2 = 0$ j) $1 + \sqrt{3x^2 - 2x - 1} = x$

$\sqrt{2x^2 - 7x + 4} = \sqrt{-x^2 - 3x + 4}$; $\sqrt{1 - 2x^2} = \sqrt{x - 4}$; $\sqrt{x + 2} = \sqrt{2x - 5}$

k) $\sqrt{5x + 9} + \sqrt{3x + 1} = \sqrt{x - 1}$

Exercice 6 :

Soit l'équation $2x^2 + 3x - 3 + \sqrt{2x^2 + 3x - 9} = 18$ (1)

a) Définir l'équation puis montrer qu'en posant $y = \sqrt{2x^2 + 3x - 9}$ l'équation (1) devient $Y^2 + Y - 12 = 0$ (2)

b) Résoudre alors l'équation (2) puis en déduire les solutions de l'équation (1).

<u>Application :</u>

Résoudre de même les équations suivantes :

a) $x^2 - x + \sqrt{x^2 - x + 3} = 9$

b) $x^2 - 3x + \sqrt{x^2 - 3x + 11} = 1.$

Exercice 7 :

1. **Résoudre dans IR les inéquations suivantes :**

$(2x^2 - 5x + 7)^2 - (x^2 - 12x + 7)^2 > 0; -x^4 + 3x^2 + 4 \leq 0$

$\begin{cases} x^4 - 5x^2 + 4 < 0 \\ x^4 - 8x^2 - 9 < 0 \end{cases}$; $\frac{x^4 - 5x^2 + 4}{x^4 - 2x^2 - 3} > 0$; $-\frac{1}{2} \leq \frac{x-1}{x^2 - x + 14} \leq 1$;

2. **Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations rationnelles suivantes :**

a) $\sqrt{2x+3} < 3$ b) $\sqrt{4x+1} < 2x+1$ c) $\sqrt{5x^2 + 19x - 4} > \sqrt{x(x+1)}$

d) $\sqrt{x^2 - x - 1} < x + 5$ e) $\sqrt{2x^2 - x} < 2x - 3$ f) $\sqrt{3(x^2 - 1)} > 2x - 1$

g) $\sqrt{x^2 + 5} \geq \sqrt{-2x + 1}$; $h)$ $\sqrt{x^2 + 5x + 4} < \sqrt{2x + 9}$; i) $\sqrt{2x+3} + \sqrt{5+x} < \sqrt{x-1}$

k) $\sqrt{x+4} + \sqrt{x-1} > \sqrt{5+4x}$; j) $\sqrt{x^2 + 6x + 6} \geq |2x+1|$

m) $\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+1} < \sqrt{6x+7}$ n) $\sqrt{x} + \sqrt{x-1} < \sqrt{6x-1}$;

o) $\sqrt{2x-3} \leq \sqrt{|x| - |2x-1|}$

Exercice 8 :

Résoudre par la méthode du pivot de Gauss les systèmes suivants :

1. $\begin{cases} 2x + y + z = 7 \\ -x + 4y - 2z = 1 \\ 3x + 2y - 4z = -5 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ x - 2y + z = 1 \\ -2x + y + z = 1 \end{cases}$ 3. $\begin{cases} x + 2y + 5z = 4 \\ x + y + 2z = 6 \\ 2x + 3y + 7z = 10 \end{cases}$

4. $\begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{2}{y-1} + \sqrt{z} = 1 \\ \frac{4}{x} - \frac{2}{y-1} + \sqrt{z} = 1; \\ \frac{4}{x} + \frac{2}{y-1} + \sqrt{z} = 0 \end{cases}$ 5. $\begin{cases} -a^2 + 2\sqrt{b} + \frac{1}{c-1} = 1 \\ -2a^2 + 3\sqrt{b} + \frac{1}{c-1} = 1 \\ 4a^2 + \sqrt{b} + \frac{2}{c-1} = 8 \end{cases}$ 6. $\begin{cases} 9x + 3y + z + 9t = 34 \\ 3x + 2y - 9z + 7t = 6 \\ -x + y - 6z + 5t = -3 \\ 7x - 4y + 4z - 6t = 29 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 9x + my - z = 4 \\ 4mx - 2y + (m-1)z = m \\ 5x + (2m-1)y - 3z = 3(m+2) \end{cases}$ 8. $\begin{cases} 2mx + (m+1)y + z = 2 \\ (m+2)x + (2m+1)y + mz = m+2; \\ 5x + (2m-1)y - 3z = 3(m+2) \end{cases}$

Exercice 9 :

Pour assurer une alimentation équilibrée à ses poulets, un éleveur doit leur donner 4 ingrédients A, B , C et D dont les besoins mensuels sont globalement et respectivement estimés à 75 kg, 30 kg , 10 kg et 20 kg. Deux aliments préparés P et Q contiennent ces ingrédients dans les proportions suivantes :

	Ing. A	*Ing. B*	*Ing.C*	*Ing.D*
Aliment P	50%	10%	20%	0%
Aliment Q	30%	20%	0%	40%

1. L'éleveur décide d'acheter dans la limite de la capacité de son véhicule qui est de 400 kg une quantité d'aliments P et Q suffisante pour au moins un mois.

a- Traduire par un système d'inéquations les contraintes relatives à cet achat. Représenter graphiquement l'ensemble des solutions de ce système.

b- En déduire les répartitions possibles des aliment P et Q sachant qu'ils sont conditionnés dans des sacs de 50 kg.

2. L'éleveur veut effectuer ces achats au moindre coût. Déterminer la répartition mensuelle des produits P et Q dans les cas suivants :

a- Les produits P et Q sont vendus au même prix.

b- Le produit P est 2 fois plus chers que le produit Q

c- Le produit P est 2 fois moins chers que le produit Q

<u>Pensée :</u>

« Soyez un élément de qualité. Certaines personnes ne sont pas habituées à un environnement où l'on attend l'Excellence » Steve Jobs