Matière : Mathématiques **Groupe Excellence** (Cours en ligne)	**POLYNOMES**	**Professeur** : M. SARR **Niveau :** 1S2

Exercice 1 :

On considère le polynôme $P(x)=(m^2-m-2)x^3-(m+1)x^2+(m-2)x+2m-1$

Déterminer le réel m pour que :
a) $d°P=3$; b) $d°P=2$; c) $d°P=1$.

Exercice 2 :

Soit a(x) et b(x) des polynômes donnés. En utilisant la division euclidienne, déterminer q(x) et r(x)

tels que: $a(x)=b(x)q(x)+r(x)$; $d°r<d°b$ dans les cas suivants

1. $a(x)=2x^3-3x^2+1$; $b(x)=x^2-3x+1$
2. $a(x)=x^5-3x^4+5x^3-x+9$; $b(x)=x^3-x+2$
3. $a(x)=2x^4+x^3-10x^2+6x-5$; $b(x)=x^2-x-5$

Exercice 3 :

Déterminer les coefficients a et b pour que :
Le polynôme $x^4-6x^3+ax^2+bx+1$ soit le carré d'un autre polynôme.

Exercice 4 :

1. Soit $P(x)=2x^4+x^3-20x^2-13x+30$. Vérifier que 1 et $-\frac{2}{5}$ sont racines de P.

   Factoriser P(x) par la méthode des coefficients indéterminés.

2. Soit le polynôme $P(x)=x^3-\sqrt{2}\,x^2-3x+\sqrt{2}$.

Montrer qu'il existe un polynôme Q tel que : $P(x)=(x-1-\sqrt{2})Q(x)$.
Déterminer Q(x) en utilisant la méthode de Horner et puis factoriser P(x)

Exercice 5 :

Soit $P(x) = x^4 - 5x^2 + 4$

1) Sachant que $P(x)$ admet quatre racines a, b, c et d qu'on ne calculera pas, déterminer $a + b + c + d, ab + ac + ad + bd + cd, abc + acd + abd + bcd$ et $abcd$.
2) Sachant que $c = 1$ et $d = 2$, déterminer a et d à l'aide de la question 1)
3) On suppose $a = -1$ et $b = -2$.
   Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P\left(x + \frac{1}{x}\right) = 0$ puis l'inéquation $P(1 - x) \leq 0$

Exercice 6 :

Soit $P(x) = x^4 - 6x^3 + \alpha x^2 + 42x + 40$

1. Déterminer α sachant que P admet quatre racines dont la somme des deux racines est égale à la somme des deux autres racines.
2. Dans toute la suite, α prend la valeur précédemment trouvée. Factoriser $P(x)$
3. Déterminer le couple (β, θ) tels que le polynôme $Q(x) = \beta x^4 - 7x^3 - \beta x^2 + \theta x + 6$ soit divisible par le polynôme $x^2 - 2x - 3$.
4. Résoudre dans R l'inéquation $\frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0$

Exercice 7 :

Soit $P(x) = 2x^4 - x^3 - 10x^2 + 3$

1) Déterminer un polynôme Q(x) et le polynôme R(x) du premier degré, tels que :
   $P(x) = (x^2 - 2x - 1)Q(x) + R(x)$
2) En déduire le reste de la division de P(x) par $\left(x - 1 - \sqrt{2}\right)$.
3) Déterminer $P(1 - \sqrt{2})$.

Exercice 8 :

Soit $P(x) = \frac{a^2(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2(x-c)(x-a)}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)}$

1. Calculer $P(a), P(b)$ et $P(c)$.
2. On pose $Q(x) = P(x) - x^2$. Déterminer le degré maximal de Q.
3. En déduire que $P(x) = x^2$.

Exercice 9 :

Soit le polynôme : $P(x) = a^4(b - x) + b^4(x - a) + (a - b)x^4$ où a, b et c sont des réels distincts.

1. Calculer $P(a)$ et $P(b)$.
2. Soit $F(x) = P(x) - P(a)$.

a- Montrer que $F(x) = P(x) - P(b)$.

b- Prouver que $F(x)$ est divisible par $(x-a)(x-b)$

c- Montrer que $F(c)$ est divisible par l'expression $(a-b)(c-a)(c-b)$.
Déterminer alors le quotient.

Pensée :

« Soyez un élément de qualité. Certaines personnes ne sont pas habituées à un environnement où l'on attend l'Excellence » Steve Jobs