Matière : Science Physique	**Energie Potentielle-Energie mécanique**	**Professeur** : M. Sarr
Groupe Excellence (cours en ligne)		**Niveau** : 1S1-1S3

Exercice 1 :

Un chariot de petites dimensions, dont la masse m =500 g peut rouler sans frottement sur une piste ABCD représentée sur la figure ci-après. Les caractéristiques de cette piste sont AB = 2m, $\theta = 60°$, R = 0,5m.

1. Exprimer littéralement les altitudes Z_A, Z_B, et Z_D des points A, B et D et calculer-les.

2. Le chariot part de A sans vitesse initiale. Donner l'expression de son énergie mécanique E_A en A en prenant $E_p = 0$ au niveau du sol (référence des altitudes) et calculer-la.

3. En calculant l'énergie cinétique et l'énergie potentielle du chariot en B, vérifier que son énergie mécanique E_B est égale à E_A.

4. Calculer la vitesse V_D du chariot en D.

5. L'expérience réalisée montre que le chariot passe en D avec une vitesse inférieure d'un tiers à celle qu'il devrait avoir. Calculer la longueur du chemin ABCD et déterminer l'intensité supposée constante de la force de frottement responsable de ce freinage.

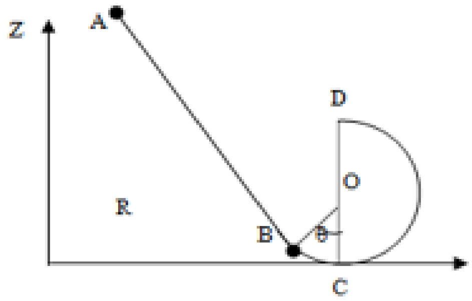
Exercice 2 :

- ✓ ***On utilisera dans tout l'exercice la variation de l'énergie mécanique***
- ✓ ***Le point B est choisi comme origine des énergies potentielles de pesanteur et des altitudes.***
- ✓ ***La référence des énergies potentielles élastiques est choisie pour le ressort détendu (au point D).***

Une bille de masse **m = 800g** assimilable à un point matériel glisse sur une piste formée de deux parties :

- ➢ une partie circulaire AB de centre O et de rayon **R = 1 m**
- ➢ une partie rectiligne BC, incliné d'angle **α = 30°** par rapport à l'horizontale. Un ressort de constante

de raideur k est placé sur la partie BC, une de ces extrémités étant fixé au point C.



1. On lâche la bille sans vitesse initiale au point A. On néglige les frottements sur la partie AB. Calculer :

a. L'énergie potentielle de la bille au point A

b. L'énergie mécanique E_A de la bille au point A

c. L'énergie mécanique E_B de la bille au point B.

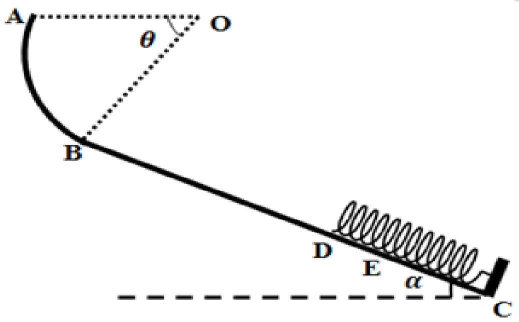
d. La vitesse de la bille au point B. ***Prendre : $g = 10N/kg$ et $\theta = 60°$***

2. Le bille aborde maintenant, la partie rectiligne BC, avec la vitesse $\mathbf{V_B = 4{,}1m/s}$. Elle arrive au point D avec une vitesse $\mathbf{V_D = 5m/s}$.

a. Calculer les variations de l'énergie potentielle ΔE_p et de l'énergie cinétique ΔE_C entre les points B et D tel que **BD = 2m**. En déduire la variation de l'énergie mécanique ΔE entre les points B et D.

b. Le système est-il conservatif ? Sinon, calculer l'intensité de la force de frottement entre B et D.

3. Arrivée en D avec une vitesse $\mathbf{V_D = 5m/s}$, la bille rencontre l'extrémité libre D d'un ressort de constante de raideur **k** et le comprime d'une longueur maximale **DE = x = 5 cm.** On suppose négligeable les forces de frottement entre D et E. En appliquant la variation de l'énergie mécanique entre D et E, exprimer la constante de raideur k du ressort en fonction de m, V_D, g, x et α ; puis la calculer.



Exercice 3 :

La résistance de l'air est négligée dans tout l'exercice.
Un solide de masse m=5kg est en mouvement sur une piste ABCD constituée d'un plan horizontal lisse ABC raccordé au point C, à un plan CD=l=4,0 m incliné d'un angle α=30° par rapport à l'horizontale. Sur un parcours de longueur AB=d=1 m, le solide est soumis à une force de norme constante F. Le solide quitte le point A sans vitesse initiale. On prendra g=10 N/Kg.

1. On suppose dans un premier temps, les frottements sont nuls sur le tronçon CD.

a. En mettant à profit le théorème de la variation de l'énergie mécanique, exprimer l'intensité F de la force de traction du solide en fonction de m, g, d, l, α et v_D (vitesse du solide en D).

b. Quelle doit être la valeur minimale F_0 de F pour que le solide atteigne D ? Calculer pour cette valeur minimale, la variation d'énergie mécanique du système (Terre-solide) entre les états initial A et final B. En déduire la vitesse du centre d'inertie du solide aux points B et C.

c. Calculer de même la variation d'énergie mécanique du système (Terre-solide) entre C et D

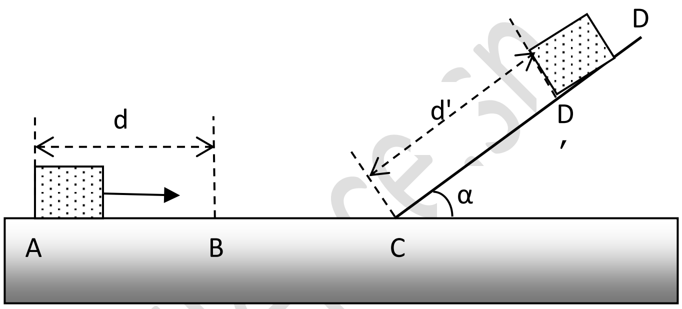
2. En réalité, la variation d'énergie mécanique du système (Terre-solide) entre les états initial C et final D a pour valeur -12,5 J. Interpréter ce résultat.

Calculer alors l'intensité f de la résultant des forces de frottement s'exerçant sur le solide sachant qu'il s'arrête sur le tronçon CD exactement au point D', après avoir parcouru une distance d'=3,5 m.

Exercice 4 :

Dans tout l'exo, on appliquera le Théorème de l'énergie mécanique

Un solide de masse **m = 100g** est abandonné en **A sans vitesse initiale.** Il glisse sur une surface circulaire AB de rayon **R = 15cm**. Arrivé en B, il chute pour reprendre contact en C sur une piste CDIE (**voir fig2**) qu'il parcourt pour comprimer un ressort de masse négligeable et de raideur **k = 200 N.m^{-1}**. Enoncer clairement le théorème de l'énergie cinétique



1- Exprimer la vitesse du solide en M en fonction de g, R et θ.
2- Calculer la vitesse du solide en B, en C puis en D.
3- Calculer le raccourcissement maximal X_m du ressort.

En réalité **des forces de frottement d'intensité f = 1,9 N s'exerce uniquement sur la partie DE.** Calculer dans ce cas la compression minimale x_m

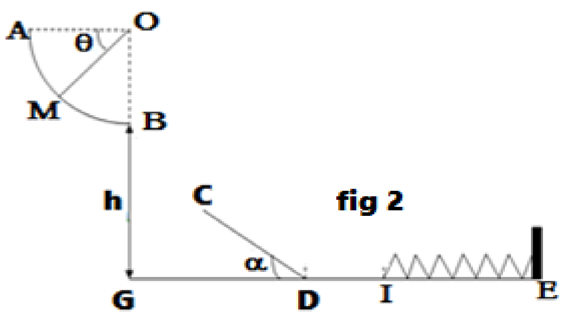


fig 2

Données **: h=20 cm, CD = 80 cm, α = 60° et DI = 15 cm**

Exercice 5 :

Dans tout le problème on appliquera les théorèmes relatifs à l'énergie mécanique en choisissant comme origine des espace le point O et comme origine des énergies potentielles de pesanteur le plan horizontal passant par O.
Un solide (S) de masse m = 250g assimilable à un point matériel est lancé avec une vitesse initiale V_A à partir d'un point A le long de la ligne de plus grande pente de longueur AB =l = 2m d'un plan incliné par rapport au plan horizontal un angle α = 30°. Les forces de frottement exercées sont équivalentes à une force unique $\vec{f}$ d'intensité f = 0,5 N.

3-1-) On veut que le solide arrive au point B avec une vitesse $V_B = 6\ m.s^{-1}$.

3-1-1-) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, établir l'expression de la vitesse V_A du solide en fonction de V_B ; f ; α ; l; g et m. Faire l'application numérique.

3-1-2-) En appliquant le théorème de l'énergie mécanique, retrouver l'expression de la vitesse V_A du solide.

3-2-) Au point B, le solide quitte la piste avec la vitesse $\vec{V}_B$ et poursuit son mouvement sur une trajectoire parabolique. Il arrive au sommet de sa trajectoire avec une vitesse $V_C = 5{,}1\ m.s^{-1}$.

3-2-1-) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, établir l'expression littérale de la hauteur maximale H atteinte par le solide en fonction de V_B ; V_C ; α ; l et g. Faire l'application numérique.

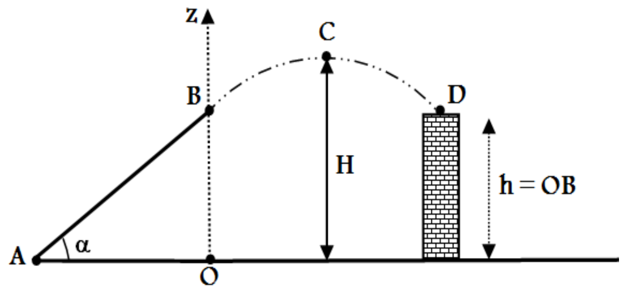
3-2-2-) En appliquant le théorème de l'énergie mécanique, retrouver l'expression littérale de H.

3-3-) On place un mur de hauteur h = OB sur la trajectoire parabolique du solide.

3-3-1-) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, établir l'expression littérale de la vitesse V_D du solide en fonction de V_C ; H ; α ; let g. Faire l'application numérique.

3-3-2-) En appliquant le théorème de l'énergie mécanique, retrouver cette expression de la vitesse V_D du solide.

N.B: on néglige l'action de l'air sur le solide.



Exercice 6 :

Dans tout l'exo, on appliquera le Théorème de l'énergie mécanique

Le lancement d'un palet de masse m=50g est effectué à l'aide d'un ressort (de raideur $K=50N.m^{-1}$ et de longueur à vide l_0=12cm) et d'une ficelle. En tirant la ficelle, on comprime le ressort le palet restant à son contact.

Le ressort ainsi comprimé a une longueur l=4cm et on lâche la ficelle. A la fin de la détente du ressort de N à M le palet est libéré avec la vitesse V_M.

4.1 Calculer la vitesse acquise par le palet au point M (V_M)

4.2 En M le palet aborde un plan incliné d'un angle α=15°.

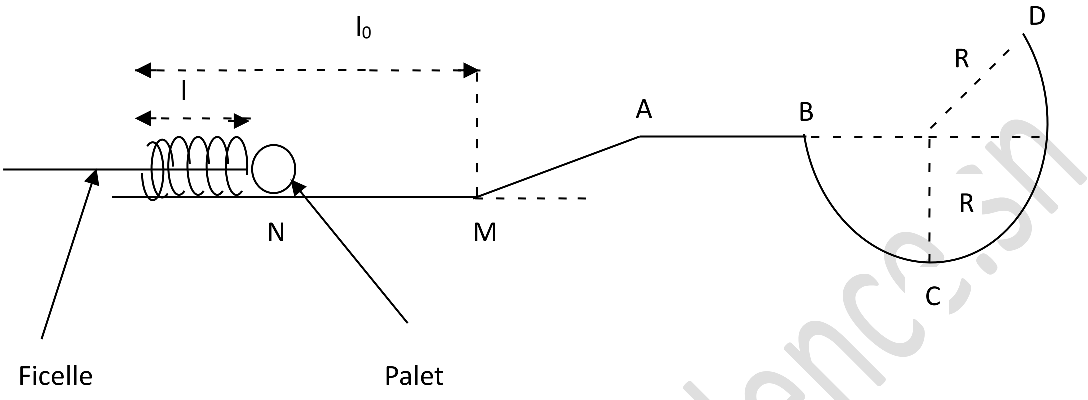
4.2.1 Calculer la vitesse en A en supposant les frottements négligeables.

4.2.2 En réalité il y a les frottements dont la résultante f est supposée constant et parallèle à la ligne MA. Calculer l'intensité f de ces forces de frottement sachant que la vitesse en A est de $1m.s^{-1}$. On donne MA=1m.

4.3 On revient dans le cas où les frottements sont négligeables. Le palet roule sur un plan horizontal de A à B. A partir de B le palet suit le trajet circulaire BCD. Il arrive en C avec la vitesse $V_C=3{,}8m.s^{-1}$.

4.3.1 Calculer le rayon de la partie circulaire de la piste.

4.3.2 Déterminer l'angle β sachant que D est le point le plus haut atteint par le palet.



Exercice 7 :

N.B : Dans tout l'exercice on utilisera le théorème de l'énergie mécanique

Un solide S_1 de masse m_1=2kg posé sur un plan incliné lisse faisant un angle $\alpha = 30°$ avec le plan horizontal est entrainé par l'intermédiaire d'un fil inextensible de masse négligeable par un solide S_2 de masse m_2=1,5kg. Le fil passe par la gorge d'une poulie de masse négligeable. Au début du mouvement le solide S_2 est abandonné sans vitesse initiale à une hauteur h_0=5m du sol. A cet instant le solide S_1 est en A (AB = L_0= 1m).

Dans tout l'exercices on prendra le sol comme origine des énergies et des altitudes (E_p= 0 et Z= 0).

1. Déterminer l'expression de la vitesse $\vec{V}$ du système après un parcourt d'une distance d= 50cm sur le plan incliné.

Après avoir parcouru cette distance d, le fil se rompt et le solide S_1 continue sa course avant de s'arrêter.

2. Calculer la distance d_1 parcouru par S_1 après la rupture avant de s'arrêter.

3. Après arrêt, le solide S_1 redescend. Calculer la vitesse à laquelle il repasse en A.

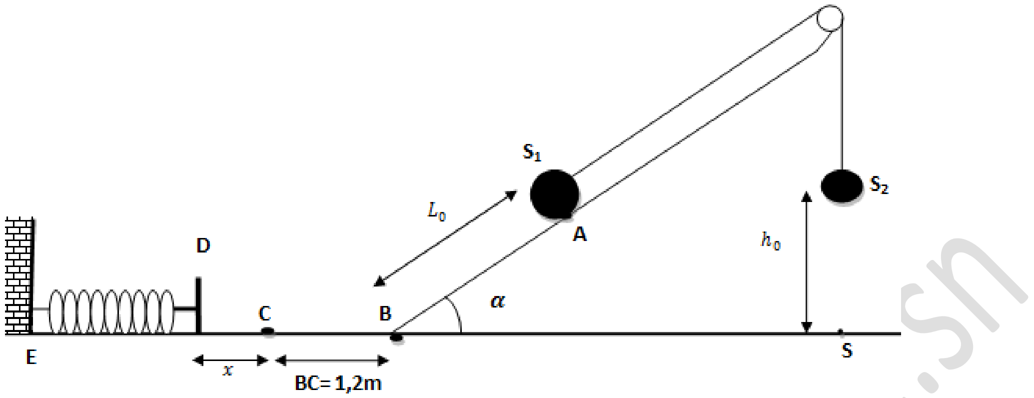
4. Déterminer sa vitesse au point B.

5. Calculer la vitesse $\overrightarrow{V_S}$ avec laquelle S_2 touche le sol.

Sur le plan horizontal BE le solide S_1 est soumis à des forces de frottements supposées constantes d'intensité f= 10N. Le solide heurte en C l'extrémité d'un ressort de constante de raideur K qu'il comprime d'une longueur x= 20cm avant de s'arrêter en D.

6. Calculer la constante de raideur k du ressort.

On donne : g= 10N/Kg   et   BC= 1,2m



Exercice 8 :

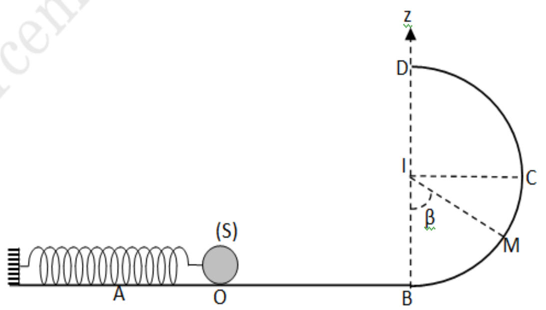
Un jouet est constitué d'une gouttière A, B, C et D. AB est horizontal, BCD est un demi-cercle de centre I, de rayon R=0,5m. Les points B, I et D se trouve sur la même verticale.
Un solide (S), considéré comme ponctuel de masse m=0,1kg, peut être lancé du point A par l'intermédiaire, d'un ressort de constante de raideur k=10N/m.

1. La gouttière est bien lubrifiée ; les frottements sont négligés.

- **1.1.** Que peut-on dire de l'énergie mécanique du système (ressort ; solide S) au cours du déplacement ?
- **1.2.** Etablir la relation entre k, x, m, g, r, β et V_M vitesse du solide S au point M. On pendra comme état de référence le plan horizontal passant par AB coïncidant avec l'origine des altitudes ($E_{pp}(B)=0$; $z_B=0$).
- **1.3.** En déduire la diminution de longueur minimale x_0 qu'il faut imprimer au ressort pour qu'il puisse envoyer le solide S jusqu'en C.
- **1.4.** On imprime maintenant au ressort une diminution de longueur $x_1 = 2x_0$. Trouver la vitesse du solide au point C.

2. La gouttière est mal lubrifiée. Les forces de frottement tangentes à la trajectoire et d'intensité constante f =1,2N, existent sur la portion BCD.

- **2.1.** Evaluer le travail de chacune des forces qui s'appliquent sur le solide S entre B et D.
- **2.2.** En déduire la valeur minimale V_{min} de la vitesse que le solide S doit posséder en B pour atteindre le point D.
- **2.3.** Déduire la valeur minimale x_{min} de x qui permet au solide d'atteindre le point D.



Exercice 9 :

Un jouet est constitué d'une gouttière ABD et d'un chariot de **masse m** lorsqu'il est vide.

- AB est une partie horizontale munie d'un ressort de raideur k et dont l'une des extrémités est fixée en A.
- BD est un arc de cercle de centre O, de **rayon R = 0,5m**

La position du chariot entre B et D est repérée par θ

Toute la gouttière est située dans un plan vertical et les frottements sont supposés négligeables.

Expérience 1 et 2

Un chariot vide de masse m est abandonné sans vitesse initiale en C par un joueur. Le chariot se déplace vers A et heurte le ressort ; quand sa vitesse s'annule au point M_1, le ressort se comprime de **x_1=5cm. (expérience 1)**

La même expérience est refaite avec le même chariot portant une charge de de masse **m'= 96g**, le chariot et sa charge s'arrête au point M_2 tel que le ressort se comprime de **x_2=7cm**. **(expérience 2)**

1-) Enoncer clairement le théorème de l'énergie mécanique.

2-) En appliquant le théorème de l'énergie mécanique entre C et M_1 puis entre C et M_2, déterminer la masse m du chariot et la constante de raideur k du ressort sachant que $\boldsymbol{\theta_C}$**=60°** (valeur de l'angle au point C)

3-) Maintenant on lance le **chariot vide** sans vitesse initiale à partir du point M par l'intermédiaire du ressort comprimé.

a-) Quelle est la transformation d'énergie qui a eu lieu ?.

b-) Calculer la diminution minimale x_m qu'il faut imprimer au ressort à partir du point M pour qu'il puisse envoyer le chariot jusqu'en D (le chariot s'arrête juste au point D).

Expérience 3

4-) Un joueur imprime maintenant au ressort une diminution de longueur **x =2x_m** à partir du point M

a-) En appliquant le T.E.C, déterminer les vitesses V_C et V_D du chariot aux points C et D.

Arrivant au point D une vitesse de 5,5m/s, le chariot quitte la piste. **La flèche H_m** est par définition la hauteur maximale atteinte par le chariot **au-dessus du point D.** Elle donnée par la relation : $H_m = \frac{V_D^2 . \sin^2\theta}{2g}$

b-) Calculer sa valeur lors de **l'expérience 3**

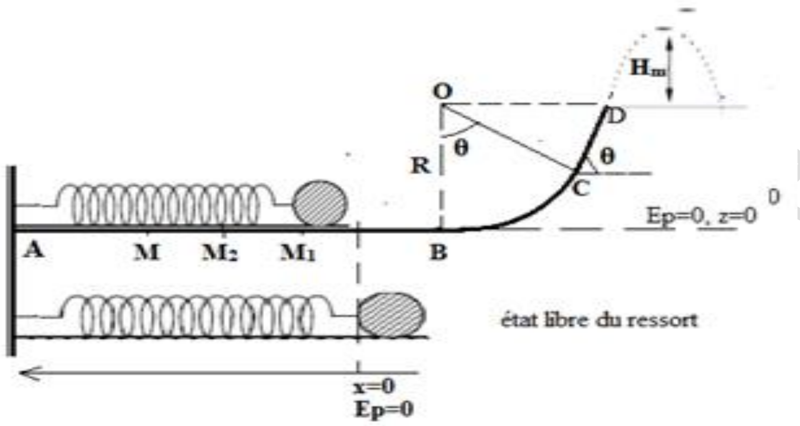
5-) En réalité des forces de frottement s'exercent sur le chariot **entre les points B et D** ; ainsi la flèche mesurée lors de l'expérience3 vaut réellement **H'$_m$ =93,75cm**.

a-) Le système est-il conservatif ? Justifier

b-) Déterminer la vitesse V'_D réelle du chariot lors de son passage au point D.

c-) L'intensité supposée constante de la force de frottement.

On prendra g=10N/m



Exercice 10 :

Une tige cylindrique homogène de masse m = 400 g et de longueur l = 60.0 cm est mobile, dans le plan vertical, autour d'un axe de rotation (Δ) horizontal, passant par une extrémité de la tige. On néglige tout frottement. Le moment d'inertie de la tige par rapport à l'axe (Δ) est $J_\Delta = \frac{1}{3}ml^2$.

1. On appelle θ l'abscisse angulaire du centre de gravité G de la tige par rapport à la position d'équilibre. Exprimer l'énergie potentielle de pesanteur E_P de la tige en fonction de m, g, l et θ. On choisit la position d'équilibre (position du centre de gravité G_0 de la barre à l'équilibre stable) comme position de référence de l'énergie potentielle de pesanteur et l'origine des altitudes confondue avec la position de l'extrémité inférieure de la barre à l'équilibre stable.

2. On écarte la tige de sa position d'équilibre d'un angle $\theta_0 = 45°$ dans le sens positif et on l'abandonne avec une vitesse initiale nulle.

a. Pour quelle position, la vitesse angulaire de la tige est-elle maximale ? Calculer cette vitesse maximale.

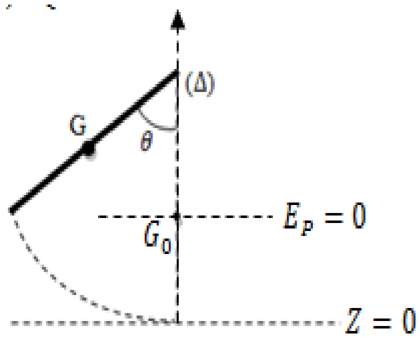
b. Montrer que le système oscille en s'écartant du même angle de 45° de part et d'autre de la position d'équilibre.

3. Après avoir écarté la tige à nouveau d'un angle $\theta_0 = 45°$ par rapport à la position d'équilibre, on lui communique une vitesse angulaire $\omega_o = 15$ rad.s^{-1} dans le sens positif.

a. Quelle est la vitesse angulaire ω_E de la tige lorsqu'elle passe par sa position d'équilibre ?

b. Quelle est au cours du mouvement, la valeur de l'énergie cinétique maximale et celle de l'énergie cinétique minimale ?

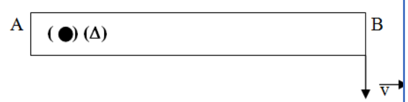
c. La barre est écarté d'un angle $\theta_1 = 60°$ à partir de sa position d'équilibre et abandonné avec une angulaire ω'_0. Déterminer la valeur minimale ω'_{0min} qu'il faut communiquer à la barre pour qu'elle fasse au moins un tour ?



Exercice 11:

Une barre AB, homogène, de section constante, de masse m = 4kg et de longueur L = 1,4m est mobile sans frottement au tour d'un axe horizontal passant son extrémité A. Initialement, La barre est horizontale et son énergie potentielle est nulle, on communique alors son extrémité B une vitesse $\vec{V}$ vertical, dirigée vers le bas, de valeur V = 5m/s.

1- Calculer l'énergie mécanique de la barre au début de son mouvement
2- Quelle est au cours ω du mouvement, la hauteur maximale atteinte par le pont B ; La repérer en prenant comme référence le niveau de l'axe.
3- Quelle est la vitesse angulaire ω de la barre lorsque le centre d'inertie G passe par l'altitude Z_B = -1m ? Pour quelle valeur de Z_B la vitesse angulaire est – elle maximale ? Calculer numériquement ω_m correspondante.
4- Quelle valeur minimale Vmin faut-il donner à la vitesse initiale du point B pour que la barre fasse le tour complet de l'axe.
5- On lance désormais la barre à partir de la même position horizontale, mais en imprimant au point B une vitesse verticale dirigée vers le haut de valeur V' = 10m/s. Quelles sont les vitesses V_1 et V_2 du point B lorsqu'il passe à la verticale, respectivement, au-dessus de l'axe puis en dessous ?



Exercice 12 :

1. Une bille de masse m = 100g est suspendue à un ressort vertical de raideur k = 20N/m, de longueur à vide $l_0 = 15cm$. Prendre g =10N/kg. Soit x_0 l'allongement du ressort à l'équilibre : $x_0 = l - l_0$

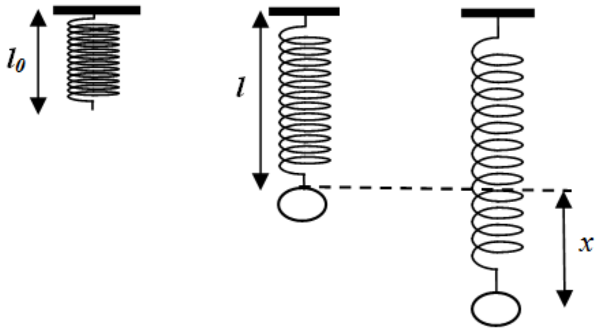
a. Faire le bilan des forces extérieurs qui s'exercent sur la bille à l'équilibre.
b. Définir une force intérieure et une force extérieure.
c. Rappeler la condition d'équilibre.
d. Quelle est la longueur l du ressort à l'équilibre ?
e. Quelles sont les énergies potentielles de pesanteur et élastique de ce système ? ***On prendra l'origine des altitudes l'extrémité du ressort détendu, coïncidant avec l'état de référence des énergies potentielles de pesanteur et élastique.***

f. Quelle est l'expression de l'énergie potentielle totale du système ? Exprimer le résultat en fonction de m, g et k.

2. A partir de cette position d'équilibre, on allonge le ressort d'une distance x = 5,0cm en déplaçant la bille vers le bas puis on la libère à t = 0 sans vitesse initiale.

a. Calculer l'énergie mécanique du système à t = 0.

b. Avec quelle vitesse la bille repasse-t-elle à sa position d'équilibre ?



Exercice 13:

Un solide de masse m = 1 kg, soumis au champ de pesanteur terrestre, est placé au sommet A d'un cercle de centre O et de rayon r = 2m situé dans le plan vertical (O ; x ; z). Parti sans vitesse initiale eu point A, le solide se déplace sur l'arc ABC (voir figure). On donne θ = (COB) = π/4 rad.

1. Donner l'expression de la vitesse V_B du solide en fonction de r, θ et g (intensité du champ de pesanteur). Calculer V_B.
2. En réalité le solide arrive en B avec une vitesse V_B = 8 m/s. Il est donc soumis à des forces de frottements d'intensité constante f sur l'arc ACB dont on admettra qu'elle est de même direction et de sens opposé au vecteur vitesse. Calculer f.
3. Arrivé en B le solide quitte l'arc ; il n'est soumis qu'à son poids. Il décrit une trajectoire parabolique de sommet S (voir figure)

   3.1. Donner les coordonnées V_{Bx} et V_{By} du vecteur vitesse $\vec{V}_B$ en fonction de V_B et de θ.

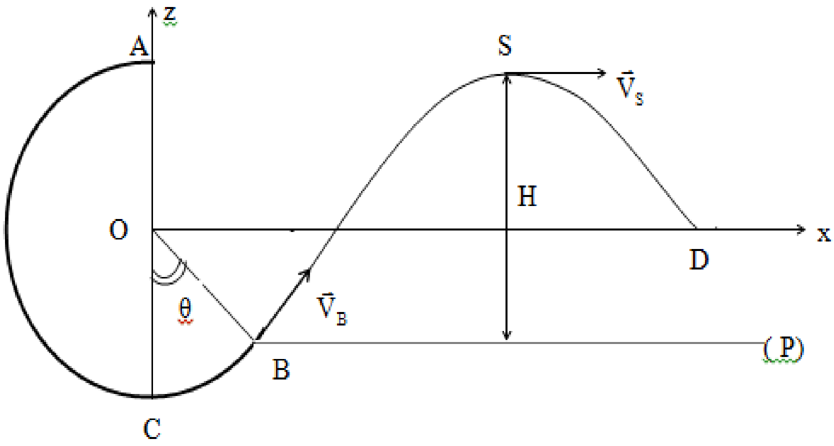
   3.2. En appliquant le théorème de la variation de l'énergie mécanique montrer que la hauteur H peut s'écrire sous la forme :

$$H = \frac{V_B^2 . \sin^2\theta}{2g}$$

La référence de l'énergie potentielle est choisie au plan (P) passant par B

   3.3. En déduire l'altitude z_S du point S.

Déterminer l'énergie potentielle du solide au point D.



Exercice 14 :

Un pendule élastique est constitué par un solide de masse m = 400 g relié par un ressort de masse négligeable et de raideur k = 14,4 N/m. L'ensemble est posé sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale. Sur ce plan les frottements sont négligeables (voir figure ci-dessous)

1. Déterminer l'allongement du ressort x_0 à l'équilibre.
2. On écarte le solide d'une distance a = 6 cm vers le bas et on le lâche. Le pendule oscille entre x = a et x= -a autour de la position d'équilibre.
   2.1. Donner l'expression de l'énergie potentielle du pendule quand le solide est au point d'abscisse x = +a en fonction de k, x_0 et a. Calculer cette énergie potentielle
   2.2. Déterminer la vitesse V de passage du solide en O (position d'équilibre) en fonction de k, m et a. Calculer V.

La référence de l'énergie potentielle de pesanteur est choisie à la position d'équilibre

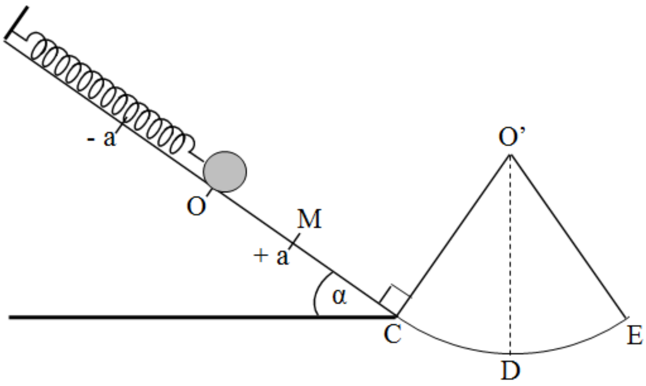
3. Après plusieurs oscillations le solide se détache du ressort au point M d'abscisse x_M = a. Parti sans vitesse initiale, le solide glisse sans rouler sur la piste MCDE formé de deux parties :
- une partie rectiligne MC de longueur l = 6,4 cm,
- Une partie circulaire CDE de centre O'et de rayon r = 8 cm

3.1- En appliquant le théorème de la variation de l'énergie mécanique, déterminer la vitesse V_C de passage du solide au point C.

3.2- Le solide arrive au point D avec une vitesse V_D = 0,9 m/s.

3.2-1. Calculer les variations ΔEp et ΔEc respectivement de l'énergie potentielle et de l'énergie cinétique entre les points C et D.

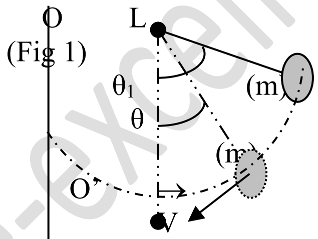
3.2-2. Les forces de contact exercées par la partie CDE de la piste sur le solide sont-elles toutes conservatives ? Si non, calculer l'intensité de la composante non conservative.

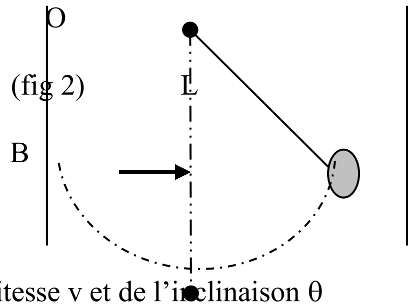


Exercice 15 :

Une sphère de masse m=100g, de dimensions négligeables est suspendue à un point fixe O par un fil sans masse et de longueur l=1m. Tous ses mouvements ont lieu dans le plan vertical (fig (1)).

1. On écarte le pendule d'un angle $\theta_1 = 60°$
Et on l'abandonne sans vitesse.
On choisit par convention l'énergie potentielle
De la masse m, Ep(o)=0 dans le plan
Horizontal contenant O.
Calculer l'énergie mécanique de la
Sphère au début du mouvement.
Que devient –elle si les oscillations s'effectuent sans frottement ?





2. Exprimer l'énergie mécanique Em de la sphère en fonction de m, de sa vitesse v et de l'inclinaison θ du pendule (fig (1)).
Calculer l'énergie cinétique Ec et l'énergie potentielle Ep de la sphère lorsqu'elle passe par O'

3. On place maintenant, à la verticale de O, mais au-dessous, une butée B à la distance OB= d de l'axe (fig(2)). On admet que, lorsque le pendule est encore lâché sans vitesse à l'élongation θ_1=60°, le choc entre le fil et la butée B s'effectue avec conservation de l'énergie cinétique. A quelle distance d_1 de l'axe 0 faut-il placer B pour que la sphère remonte, après le choc, jusqu'à l'horizontale du point B ?
Pour d < d_1, calculer l'angle de remontée α de la masse m (avec la verticale)

Exercice 17 :

Deux ressorts de masse négligeables, ont pour constantes de raideur K_1 et K_2. Leurs longueurs respectives, à l'état de repos (détendus) sont a_0 et a'_0 (fig. a).

On fixe entre les deux ressorts une petite masse m (fig. a). On étire l'ensemble, et on attache les deux extrémités à deux points fixes A et B (fig. b). Les longueurs respectives des deux ressorts à l'équilibre deviennent a_1 et a'_1. On choisit l'origine des énergies potentielles élastiques la position où les deux ressorts sont détendus. L'origine des énergies potentielles de pesanteur coïncide avec le plan horizontal passant par le centre de la masse m. On posera $x_1 = a_1 - a_0$ et $x_2 = a'_1 - a'_0$. On donne $m = 500g$ et $g = 10N/kg$

1. Etablir une relation entre x_1, x_2, K_1 *et* K_2 à l'équilibre.

2. Donner l'expression de l'énergie potentielle du système à l'équilibre en fonction de x_1, x_2, K_1 *et* K_2.

3. Montrer que $\Delta E_P = -W(\vec{F}_{conservatives})$.

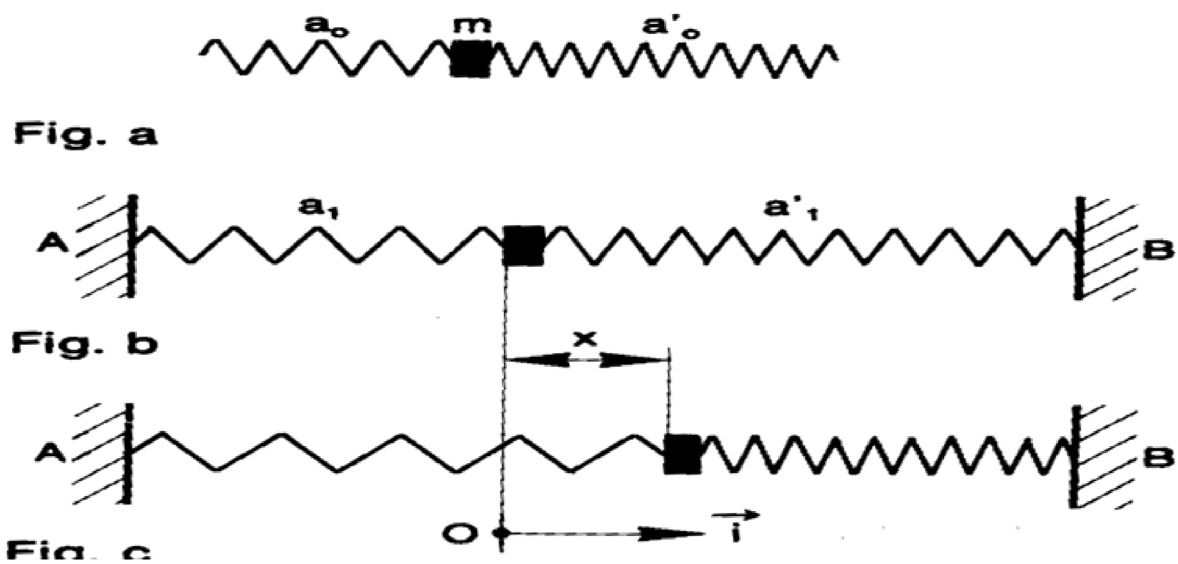
4. On déplace la masse m sur la droite AB d'une longueur $x = 3cm$ vers la droite à partir de la position d'équilibre et on l'abandonne sans vitesse initiale. Soit x la mesure algébriquement du déplacement dans un repère (O, i) (fig.c).

a. Démontrer que l'énergie potentielle du système dans la position représentée par la figure c est donnée par la relation : $E_P = \frac{1}{2}(K_1 + K_2)x^2 + \frac{1}{2}(K_1x_1^2 + K_2x_2^2)$

N.B. Le système est guidé, sans frottements, par une tige horizontal AB, non représentée sur la figure.

b. Calculer l'énergie mécanique du système. Pour $K_1 = 50N/m$; $K_2 = 80N/m$; $x_1 = 8cm$ et $x_2 = 5cm$.

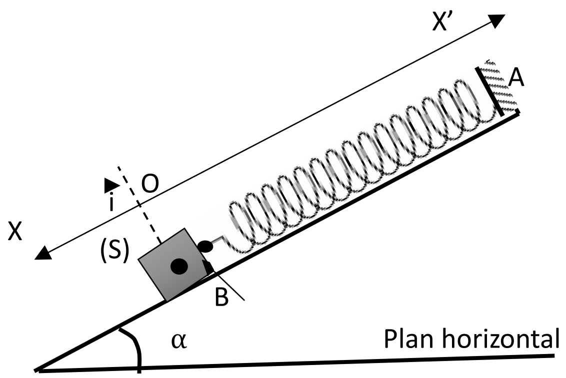
c.Déterminer la vitesse de la masse m lorsqu'elle repasse par la position d'équilibre



Exercice 18 :

Dans cet exercice, la résolution se fera par les énergies mécaniques et potentielles.

Un ressort (R), de masse négligeable et à spires non jointives, est accroché, à l'une de ses extrémités A, au bâti d'une table. Celle-ci est inclinée par rapport au plan horizontal d'un angle α = 25° (voir figure ci-dessous). A l'autre extrémité B du ressort est accroché un solide autoporteur S dont la masse m = 570g. la longueur du ressort à vide veut l_0 = 16 cm. Lorsque le solide S est accroché en B, la longueur du ressort à l'équilibre devient l = 29,6 cm.



1) Faire l'inventaire de toutes les forces appliquées au solides (S) et les représenter.
2) Ecrire la condition d'équilibre du solide (S) puis calculer le raideur k du ressort.
3) On tire le solide autoporteur d'une longueur a = 7 cm vers le bas et on relâche sans vitesse initiale.
   On prendra comme origine des espaces la position G_0 du centre d'inertie G du solide S à l'équilibre. L'abscisse x de G à l'instant t sera déterminée sur l'axe (O, i).
   a) Quelle(s) forme(s) d'énergie possède le solide (S)
      - Lorsqu'il est allongé de a = 7 cm ?
      - Lorsqu'il repasse par la position d'équilibre ?

   b) Montrer que l'expression de l'énergie mécanique du système {ressort-solide autoporteur S-terre} point quelconque M à pour expression :

$$E_m = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}k(l - l_0)^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

L'énergie potentielle de pesanteur sera, conventionnellement, prise égale à zéro, pour le solide S, dans sa position d'équilibre.

4) En appliquant la conservation de l'énergie mécanique, calculer la vitesse du solide autoporteur S lorsqu'il repasse par sa position d'équilibre.
5) En appliquant la conservation de l'énergie mécanique, calculer la compression maximale X_{max} du ressort.

Exercice 19 :

Sur une piste représentée sur la figure ci-dessous, une bille de masse m = 500 g supposée ponctuelle, est en contact avec un ressort de raideur k = 100 N/m et de masse négligeable. **Les frottements n'existent qu'entre A_0 et A**. l'ensemble (bille + ressort) est disposé sur un plan incliné d'un angle θ = 60° sur la verticale.

1. Calculer à l'équilibre, la compression x_0 du ressort.
2. Un opérateur comprime le ressort d'une distance b = 4,5 cm à partir de la position d'équilibre puis lâche la bille sans vitesse initiale. Exprimer la vitesse V de la bille lorsqu'elle passe par la position d'équilibre en fonction de **b ; k et m**.

2.1. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

2.2. En appliquant la conservation de l'énergie mécanique.

2.3. Calculer V.

3. Sachant que la distance $A_0A = d_0 = \frac{x_0}{2}$, en déduire l'intensité f supposée constante des forces de frottements (On appliquera le théorème de l'énergie cinétique).

NB : On prendra la position d'équilibre comme référence des énergies potentielles de pesanteur et le point A_1 comme origine des altitudes et Ep elast = 0 (ressort à vide)

4. La bille arrive en A avec une vitesse nulle. **On prendra pour la suite de l'exercice, le sol comme référence des énergies potentielles de pesanteur et le point 1 comme origine des altitudes.**

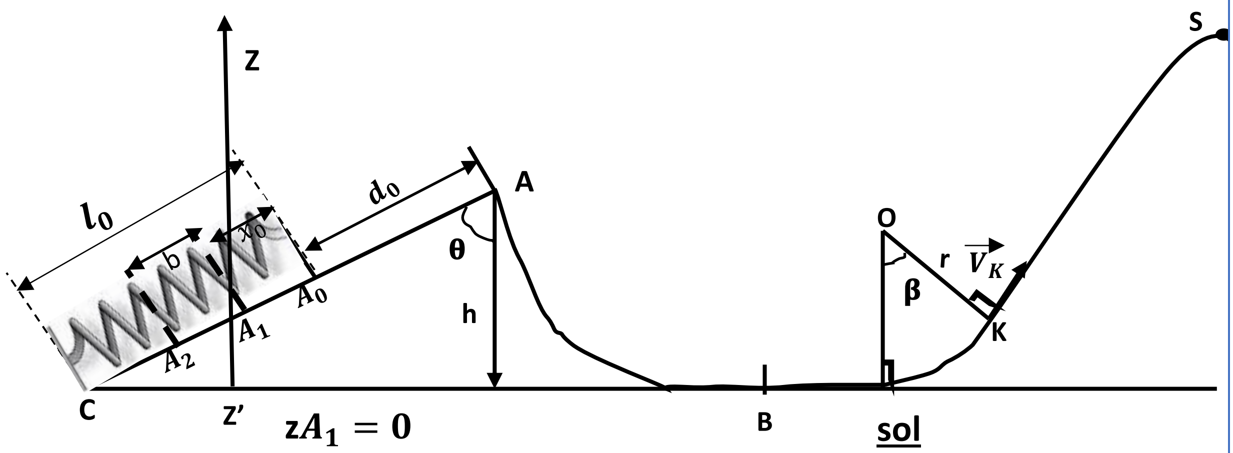
4.1. Quelle doit être l'altitude h du point A pour la bille arrive en B avec une vitesse V_B = 9,5 m/s ?

4.2. La bille parcourt B1 et arrive en K avec une vitesse V_K.

- Calculer la vitesse V_K de la bille au moment où elle quitte la piste circulaire de rayon r = 75 cm, sachant que l'angle β = 60°.
- Calculer la hauteur maximale h_1 atteinte par la bille au point S (on donnera la valeur de h_1 par rapport au sol). La vitesse de la bille en S est V_S = 4,55 m/s.

4.3. Arrivé au point S, la bille tombe en chute libre. Au contact avec le sol, elle rebondit. Sachant qu'après chaque rebond, elle perd 10 % de son énergie cinétique et on suppose que les rebonds s'effectuent suivant la même verticale, déterminer :

- Les vitesses V_1 et V'_1 avant et après le premier rebond ;
- Les vitesses V'_2 et V'_3 après le deuxième et troisième rebond ;
- Les hauteurs atteintes par la bille après les premiers et deuxième rebond ;

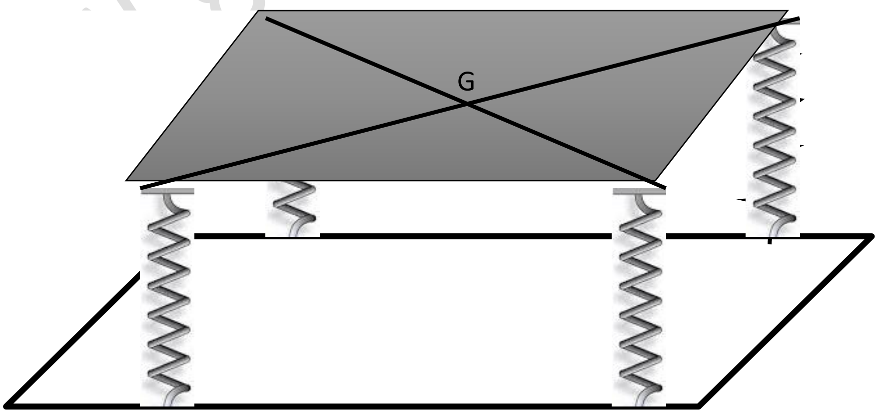


<u>On prendra :</u> g = 10 N/kg

Exercice 20 :

Une plaque homogène rectangulaire, d'épaisseur négligeable et de masse M = 1,5kg est posée sur quatre ressorts identiques de longueur à vide l_0 = 40cm et de constante de raideur k = 50 N/m comme le montre la figure ci-dessous.

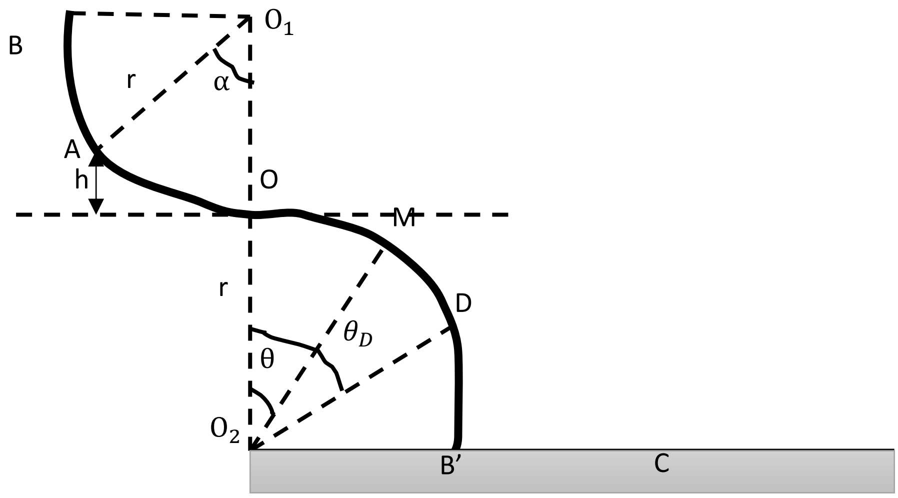
1. Déterminer à l'équilibre la compression x_0 de chaque ressort.
2. A partir de la position d'équilibre, un opérateur exerce au centre de gravité G de la plaque une force F_0 non conservative verticale et d'intensité constante pour l'abaisser de x_1 = 2,5 cm.
   a. Par application du théorème de l'énergie mécanique, montrer que le travail de F_0 sur le déplacement x_1 peut s'exprimer par l'expression : $W = 2k(2x_0 + x_1) - Mgx_1$.
   b. En déduire l'intensité F_0 de la force.
3. L'opérateur diminue cette force de moitié et la plaque se relève d'une distance d ; calculer la valeur de cette distance d.



Exercice 21 :

Une portion de gouttière BO de forme circulaire de rayon r = 1m se situe dans un plan vertical. Elle se raccorde en O à une autre gouttière identique OB' située dans le même plan (voir figure). Les centres O_1 et O_2 des deux gouttières se trouvent sur la même verticale.

Un solide ponctuel S de masse m = 100g est lâche sans vitesse au point A situé à une hauteur h = 0,3m par rapport au plan horizontal passant par O. Les frottements étant supposés négligeables et g = $10\text{m}/s^2$.



1) En choisissant le point O milieu de O_1O_2 comme origine des altitudes et comme position de référence. Calculer l'énergie mécanique du solide.
2) Exprimer puis calculer la vitesse V_0 du solide au passage en O.
3) Sur le parcours OD le solide reste en contact avec la surface de la gouttière et sa position est repérée par l'angle θ = (O_2O, O_2M)
   Etablir l'expression de la vitesse V du solide en un point M quelconque du trajet OD en fonction de h, r, g et θ.
4) Sur le trajet OD on montre que l'intensité R de la réaction de la gouttière sur S a pour expression $R = mg(\cos\theta - \frac{V^2}{rg})$. Au point D le solide S perd le contact avec la gouttière et suit le trajet DC. Déterminer la valeur numérique θ_D de θ et celle de V_D au point D.
5) Avec quelle vitesse le solide touche-t-il le sol en C ?
6) En réalité la vitesse du solide au passage en D vaut $V_D = 2m/s$
   a) Déterminer la valeur de l'angle α puis celle de la longueur du trajet AD
   b) Calculer la variation d'énergie mécanique du solide entre A et D ; en déduire l'intensité f supposée constante de la force de frottement qui s'exerce sur le solide entre A et D.

Exercice 22 :

Une tige homogène OA peut osciller autour d'axe horizontal (Δ), passant par son extrémité supérieure O (figure 1). L'amplitude des oscillations est suffisamment faible. On écarte la tige d'un angle $\alpha = 60°$ par rapport à la verticale, à une date $t_0 = 0s$, pris comme origine des dates, on abandonne le système sans vitesse initiale.

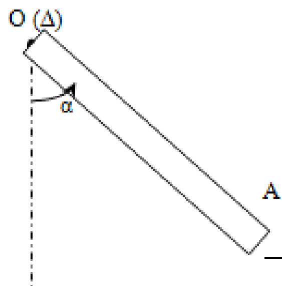
On donne OA= ℓ= 1m ; m= 100g et on rappelle que le moment d'inertie d'une tige homogène, de masse m et de longueur ℓ, par rapport à un axe par son centre de gravité est donné par la formule $J_0 = 1/12 m\ell^2$.

1-) Monter que le moment d'inertie de la tige par rapport à (Δ) à pour expression $J_\Delta = 1/3 m\ell^2$.

2-) Etablir l'expression de l'énergie mécanique E_0 du système à la date $t_0 = 0s$ sachant que la référence des énergies potentielle de pesanteur est prise au niveau de l'horizontal passant par le point O. L'axe OZ est vertical, orienté vers le haut et son origine coïncide avec le point O.

3-) Déterminer la vitesse angulaire avec laquelle la tige passe par la position d'équilibre stable.

4-) En déduire l'expression de la vitesse linéaire du point A..



(Figure 1)

5-) A l'extrémité de la tige, en A, on fixe une masse pratiquement ponctuelle m'=48.8g. On obtient alors un nouveau système S'. Le nouveau système est écarté d'un angle de $\alpha = 90°$ par rapport à sa position d'équilibre stable et abandonné sans vitesse initiale. On utilisera toujours la même référence des énergies potentielles de pesanteur.

a-) Déterminer la distance OG' sachant que G'est le centre d'inertie du nouveau système.

b-) Etablir l'expression du moment d'inertie J'_Δ du nouveau système par rapport à l'axe (Δ).

c-) Donner la valeur de l'énergie mécanique initiale.

d-) Déterminer sa vitesse angulaire maximale ω_{max}.

e-) Déterminer l'ensemble des valeurs de ω_0 avec lesquelles le système doit être lancer à partir de son état initial pour qu'il fasse au moins un tour.

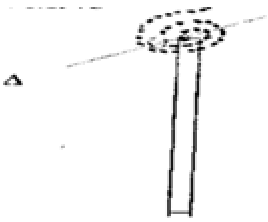
6-) On retire la masse m'. La tige est soudée en O à un ressort spiral de constante de torsion C= 0,2 S.I. L'autre extrémité du ressort spiral est fixe. A l'équilibre stable, la tige OA est verticale et le ressort spiral n'est pas tordu.

On écarte la tige de sa position verticale d'un angle $\alpha = \frac{\pi}{2}$ et l'abandonne sans vitesse initiale.

a-) L'expression de l'énergie mécanique du système à l'état initial.

b-) Donner l'expression de l'énergie mécanique au passage de sa position d'équilibre stable.

c-) En déduire la vitesse angulaire du système au passage de cette position.
e-) Déterminer la vitesse maximale de l'extrémité A de la tige.



(Figure 2)

« Bon courage, Petit Physicien deviendra Grand ! » M.E.S