Matière : Sciences Physiques	**Energie Cinétique (Translation-Rotation)**	**Professeur** : M. SARR
Groupe Excellence (cours en ligne)		**Niveau** : 1S1-1S3

Exercice 1 :

Une piste dans un plan verticale est constituée d'une partie circulaire AB et d'une partie horizontale BC tangentiellement raccordées. AB est un quart de cercle de rayon r = 32cm et BC = L = 25cm. En dessous de C, à la distance h = 15cm se trouve le sol. On prendra g = 10N/kg.
Une petite sphère métallique (S) de masse m =200g, supposée ponctuelle est abandonnée en A sans vitesse initiale.

1-) On néglige les frottements sur la piste ABC.

a- Calculer la vitesse de la sphère lors de son passage en B et C.

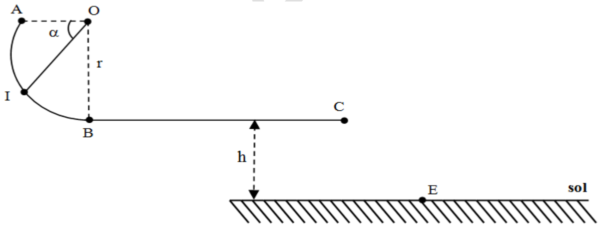
b- Donner l'expression de la vitesse V_I au point I en fonction de g, r et α.La calculer pour $\alpha = \widehat{AOI} = \frac{\pi}{4} rad.$

2-) En réalité, les frottements ne sont pas négligés sur la piste ABC.

Ils sont équivalents à une force $\vec{f}$ tangente à la trajectoire et opposée au mouvement, d'intensité f = 0,3N.

a-) Déterminer les vitesses en B et en C.

b-) Calculer alors la vitesse de chute en E.



Exercice 2 :

Un skieur de masse m = 80Kg glisse sur un début de piste formée de trois parties AB, BC et CD. Les parties AB et CD représentent chacune un quart de la circonférence d'un cercle de rayon r = 5m et de centres respectifs O et O'. BC est une partie rectiligne horizontale de longueur L=r.Toute la trajectoire se trouve dans le même plan vertical.

Le skieur assimilé à un point matériel, part du point A sans vitesse initiale.

5.1. Lors d'un premier essai, la piste ABC est verglacée. Les frottements sont alors suffisamment faibles pour être négligés.

Calculer dans ces conditions, les vitesses V_B et V_C, du skieur a son passage au point B et C respectivement.

5.2. Au cours d'un autre essaie, la piste ABC est recouverte de neige fraîche, le skieur est donc soumis à des frottements. On supposera pour simplifier que les forces de frottement sont équivalentes à une force unique $\vec{f}$, constamment opposée au vecteur vitesse, et d'intensité constante f sur tout le trajet ABC.

5.2.1. Exprimer V_B en fonction de m, r, f g.

5.2.2. Exprimer V_C en fonction de m, r, f et V_B.

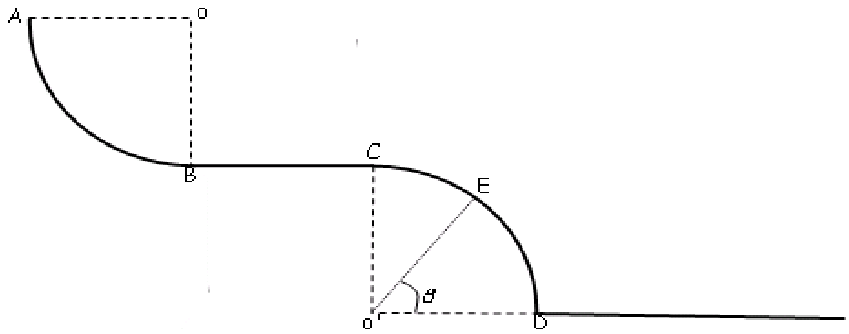
5.2.3. Calculer l'intensité de la force de frottement si le skieur arrive en C avec une vitesse nulle.

5.3. Le skieur arrive en C avec une vitesse nulle ; il aborde la partie CD qui est verglacée ; les frottements seront donc négligés.

5.3.1. Le skieur passe en un point E de la piste CD, défini par $(\overrightarrow{OD};\overrightarrow{OE}) = \theta$; OD étant porté par l'horizontale. Exprimer sa vitesse V_E en fonction de g, R et θ

5.3.2. Le skieur arrive en E avec la vitesse V_E = 5,77m/s, calculer la valeur de l'angle θ

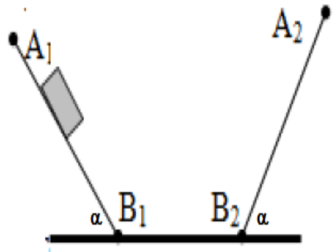
5.3.3. A partir du point E, le skieur effectue un saut. Avec quelle vitesse, le skieur atterrit- il sur la piste de réception.



Exercice 3 :

Un petit cube supposé ponctuel, de masse m = 1 kg, glisse le long du profil A1B1B2A2. (voir figure).
Les plans A1B1 et A2B2 sont inclinés du même angle **α= 30°** sur l'horizontale. **Les plans inclinés sont parfaitement lisses.**
Sur la **partie horizontale B1B2** de longueur **L= 3,5 m**, le cube est soumis à une **force de frottement** de valeur **f= 4N.**
On lâche le cube sur la partie A_1B_1 sans vitesse initiale à partir de A_1 situé à une hauteur **h_1= 5m** au-dessus du niveau B_1B_2. Le point A_2 est situé à une distance d=10m du point B_2

1.Calculer la vitesse du cube au passage du point B_1
2.Déterminer la vitesse du cube lorsqu'il atteint le point B_2
3.A quelle hauteur h_2 le mobile va-t-il refaire demi-tour le long du plan B_2A_2 ? A-t-il atteint le point A_2 ?
4.Montrer qu'au retour le cube s'arrête et préciser la position de ce point d'arrêt.



Exercice 4 :

Une bille S considérée comme ponctuelle de masse m est abandonnée sans vitesse initiale depuis le sommet A d'un hémisphère de centre O et rayon r. Les frottements sont négligeables et S effectue un mouvement dont la trajectoire ABC est curviligne et contenu dans le plan de la figure ci-après. Sur le parcours AB, la bille reste en contact avec la surface de l'hémisphère et sa position est repérée par l'angle $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OM}) = \alpha$. Au point B, la bille perd le contact avec l'hémisphère.

1-) Représenter les forces qui s'exercent sur la bille en un point M quelconque du trajet AB.

2-) Etablir l'expression de la vitesse V de S en M en fonction de g, r et α.

3-) Lors de la perte de contact en B, Quelle valeur prend l'intensité de $\vec{R}$ de la réaction de l'hémisphère sur la bille ?

4-) Sur le trajet AB, on montre que $R = mg(\cos\alpha - \frac{V^2}{rg})$ en tout point M situé entre A et B.

a-) Déduire des questions précédentes, les valeurs numériques de α_B et V_B au point B.
b-) Calculer la vitesse de la bille à l'instant où elle touche le sol.

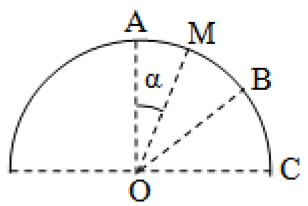


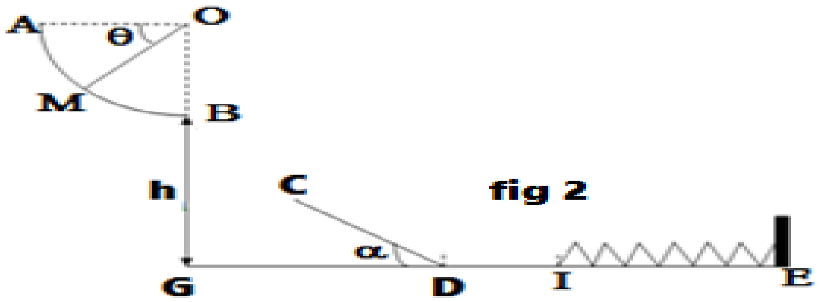
Fig. exo : 05

Exercice 5 :

Un solide de masse **m = 100g** est abandonné en **A sans vitesse initiale.** Il glisse sur une surface circulaire AB de rayon **R = 15cm**. Arrivé en B, il chute pour reprendre contact en C sur une piste CDIE (**voir fig2)** qu'il parcourt pour comprimer un ressort de masse négligeable et de raideur **k = 200 N.m^{-1}**. Enoncer clairement le théorème de l'énergie cinétique

1- Exprimer la vitesse du solide en M en fonction de g, R et θ.
2- Calculer la vitesse du solide en B, en C puis en D.
3- Calculer le raccourcissement maximal X_m du ressort.
4- En réalité **des forces de frottement d'intensité f = 1,9 N s'exerce uniquement sur la partie DE.** Calculer dans ce cas la compression minimale x_m

On donne : L = CD =2DI= 80 cm ; h = BG = 0,75m ; θ = 60° ; g = 10 N.kg^{-1}.



Exercice 6 :

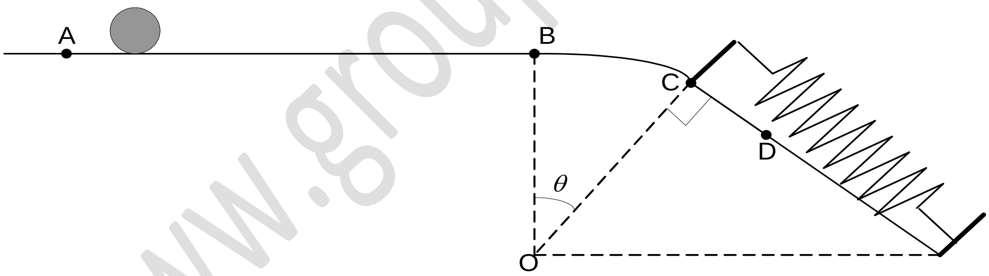
Une petite bille de masse m=300g glisse sans rouler sur le trajet ABC. Il existe des forces de frottement d'intensité f=0,03N durant tout le parcours de la bille. Le trajet BC est un arc de cercle de centre O et de rayon R=2m. On donne AB=L=500m ; θ=45° et g=10N/kg

1. Calculer la vitesse de la bille en A sachant qu'elle s'arrête en B

2. L'équilibre de la bille en B est instable, celle-ci glisse alors vers le point C. Déterminer la vitesse de la bille au point C

3. Au point C est placé l'extrémité d'un ressort de raideur K=500N/m. La bille bute en C sur le ressort avec la vitesse V_c=3,4m/s qu'il comprime. Soit x=CD la compression maximale du ressort.

Etablir la relation suivante : $k\,x^2 + 2x\left(f - mg\sin\theta\right) - mV_c^2 = 0$ puis calculer la compression maximale x du ressort.



Exercice 7 :

Un solide (S) de masse m = 1Kg assimilable à un point matériel est lancé à partir d'un point A sur un plan incliné d'un angle α = 30° par rapport à l'horizontale avec une vitesse v_A = 6 m/s.
1-) En supposant les frottements négligeables et le plan suffisamment long, quelle longueur *l* devrait parcourir (S) avant de s'arrêter ?
2-) En réalité, on constate que (S) parcourt une distance AB = l_1 = 3,2m le long du plan incliné. En déduire l'intensité *f* supposé constante des forces de frottement qui s'exerce sur (S) entre A et B.
3/ Le mobile (S) aborde maintenant, sans vitesse initiale, une piste formée de deux parties :

- ✓ une partie circulaire BC de centre O et de rayon r = 1 m

- ✓ une partie rectiligne CD

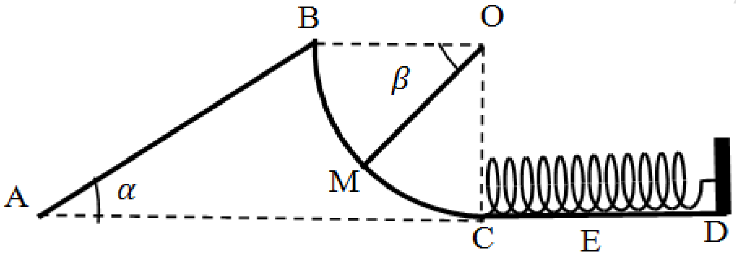
On suppose qu'il existe des forces de frottement équivalentes à une force unique $\vec{f}$' s'exerçant sur le solide sur toute la piste BCD dont l'intensité f '= 1,27N.
La position de l'objet sur la partie BC est repérée par l'angle $\beta = (\widehat{OB, OM})$.

a-) Exprimer la vitesse de (S) au point M en fonction de r, f', g, m et β.

b-) Calculer cette vitesse au point C.

c-) Arrivé en C avec une vitesse de 4m/s, le solide aborde la partie CD et rencontre l'extrémité libre C d'un ressort de constante de raideur k = 2500N.m^{-1} et le comprime d'une longueur maximale CE = x. Déterminer la valeur x.

Données *: g = 10N/Kg ; π = 3,14.*



Exercice 8 :

Un jouet est constitué d'une gouttière ABD et d'un chariot de **masse m** lorsqu'il est vide.

-AB est une partie horizontale munie d'un ressort et dont l'une des extrémités est fixée en A.
-BD est un arc de cercle de centre O, de **rayon R = 0,5m**
La position du chariot entre B et D est repérée par l'angle θ
Toute la gouttière est située dans un plan vertical

Expériences 1 et 2

Un chariot vide de masse m est abandonné sans vitesse initiale en C par un joueur. Le chariot se déplace vers A et heurte le ressort ; quand sa vitesse s'annule au point M_1, le ressort se comprime de **x_1=5cm. (expérience 1)**

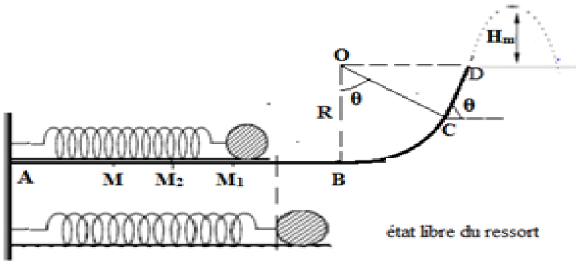
La même expérience est refaite avec le même chariot portant une charge de de masse **m'= 96g**, le chariot et sa charge s'arrête au point M_2 tel que le ressort se comprime de **x_2=7cm**. **(expérience 2)**

1) En appliquent le théorème de l'énergie cinétique entre C et M_1 puis entre C et M_2, déterminer la masse m du chariot et la constante de raideur k du ressort sachant que $\theta_C = 60°$
2) Maintenant on lance le **chariot vide** sans vitesse initiale à partir du point M par l'intermédiaire du ressort comprimé. Calculer la diminution minimale x_m qu'il faut imprimer au ressort à partir du point M pour qu'il puisse envoyer le chariot jusqu'en D (le chariot s'arrête juste au point D)

Expérience 3

1) Un joueur imprime maintenant au ressort une diminution de longueur **$x = 2x_m$** à partir du point M. Arrivé au point D, le chariot quitte la piste. **La flèche H_m** est par définition la hauteur maximale atteinte par le chariot **au-dessus du point D.** Elle donnée par la relation $H_m = \frac{V_D^2 . \sin^2\theta}{2g}$ .On admet que l'expérience a réussi si la flèche est supérieure à **2m**. Ce joueur a-t-il réussi son expérience ?

2) Si non quelle devrait être la valeur minimale de la compression x_{min} pour que l'expérience soit réussie ?



Exercice 9 :

Une bille ponctuelle S de masse m est suspendue à un fil inextensible de longueur l et de masse négligeable attaché en un point O. On écarte le fil d'un angle θ_0 à partir de la position d'équilibre puis on l'abandonne sans vitesse initiale

1.Donner l'expression de la vitesse de la bille S :

a. Au moment où le fil fait avec la verticale un angle θ_1.

b. Au moment où le fil passe par la verticale.

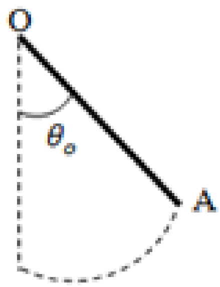
2.Le fil étant écarté du même angle θ_0 à partir de la position d'équilibre, on lance la bille avec une vitesse initiale V_0 déterminer l'angle maximal θ_m de remontée de la bille.

3.Quelle est la valeur minimale V_{0m} de la vitesse initiale V_0 pour que la bille puisse faire au moins un tour ?

__**Données :**__ l = 50cm ; $\theta_0 = 60°$; $V_0 = 1,2$ m.s^{-1} ; g = 10m.s^{-2}

Exercice 10 :

Une tige cylindrique homogène de masse m = 400g et de longueur l = OA = 60cm est mobile dans un plan vertical autour d'un axe horizontal (Δ) de rotation passant par son extrémité O. On néglige tous les frottements



1. On écarte la tige d'un angle $\theta_o = 45°$ par rapport à la verticale puis on l'abandonne sans vitesse initiale. Déterminer la vitesse angulaire de passage de la tige :

a. Par la position correspondante à θ = 30°.

b. Par la position d'équilibre stable.

2. On écarte à nouveau la tige d'un angle $\theta_o = 45°$ par rapport à la verticale puis on la lance avec une vitesse angulaire $\omega_o = 15rad/s$.

a. Calculer la vitesse angulaire minimale $\omega_{0\,min}$ qu'il faut communiquer à la tige pour qu'il soit de la tige au sommet de sa trajectoire.

b. La tige fait-elle un tour complet ? Justifier.

Exercice 11 : Uniquement pour S1

Un pendule est constitué d'une tige de longueur **AB=2L** et de masse **$M= 6m_0$**, m_0 étant une masse de valeur connue. Cette tige est munie de deux masselottes quasi ponctuelles placées en A et en B. Elles ont pour valeur **$m_A=3m_0$** et **$m_B = 7m_0$**.

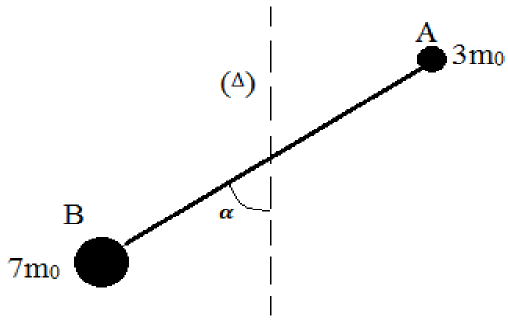


fig.1

1. Quelle signification physique donnerez-vous au moment d'inertie d'un solide en rotation ?

2. Démontrer que le moment par rapport à l'axe (Δ) du pendule pesant est **$J=12m_0L^2$**

3. On écarte le pendule d'un angle **$\alpha = 50°$** par rapport à la verticale et on le lâche sans vitesse initiale

3.1. Faites le bilan des forces extérieures qui s'exercent sur le système pendule et représentez-les sur un schéma (**les frottements sont négligeables**)

3.2. Montrer que la vitesse angulaire ω, lorsque le pendule passe par la verticale est $\omega=\sqrt{\frac{2g}{3L}(1-\cos\alpha)}$

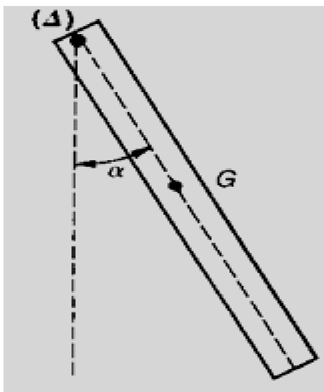
3.3. En déduire la valeur de la vitesse V_B de la masselotte placé en B

<u>**Données**</u> : **L=80cm, g=10N/kg, m_0= 50g**

Exercice 12 : Uniquement pour S1

<u>**Partie A :**</u> **Données :** m = 200 g ; g = 10 m.s^{-2} ; L = 60 cm

Une tige homogène OA, de masse m et de longueur L peut osciller sans frottement autour d'un axe (Δ), passant par son extrémité O.



1. Calculer le moment d'inertie J_Δ du pendule.

2. On écarte le pendule d'un petit angle $\alpha_0 = 60°$ par rapport à la verticale puis on l'abandonne sans vitesse initiale.

a. Etablir l'expression de la vitesse angulaire ω de la tige lorsqu'elle fait un angle $\alpha < \alpha_0$

b. Calculer sa valeur lorsqu'elle passe par la position d'équilibre stable.

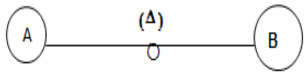
c. Calculer la vitesse angulaire lorsqu'il passe à la position d'équilibre instable ?

d. Calculer la vitesse qu'il faut l'abandonné pour qu'il fasse un tour complet.

<u>**Partie B :**</u> Deux sphères homogènes A et B de même rayon r et de masses $mA=2m_0$ et $mB =4m_0$ sont reliées par une tige de masse $3m_0$ et de longueur L=6r

1.Par application du théorème de Huygens, déterminer le moment d'inertie de l'ensemble **S= (A+B+tige)** en fonction de m_0 et r

2.En déduire l'expression du moment d'inertie se (S) si les A et B étaient ponctuelles



Exercice 13 : Uniquement pour S1

Dans le dispositif de la figure ci-dessous, les fils de suspension sont sans masse et ils s'enroulent sans glissement. Les cylindres de rayon r_1 et r_2 ont même axe horizontale ; ils sont soudés l'un à l'autre. Les solides S_1 et S_2 se déplacent sans frottement sur des plans inclinés. Chaque plan est incliné d'un angle $\alpha = 30°$, par rapport à l'horizontale. Le dispositif initialement immobile est lâché sans vitesse initiale.

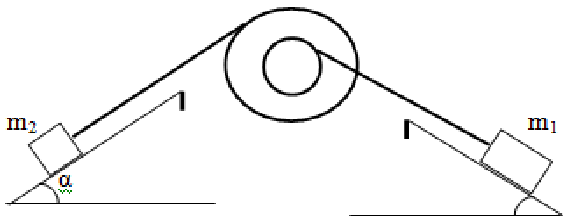
On donne : $m_1 = 300$ g ; $m_2 = 200$ g ; $r_1 = 10$ cm ; $r_2 = 30$ cm ; $g = 10$ N/kg

$J_0 = 2.10^{-2}$ kg.m^2 : moment d'inertie par rapport à O des deux cylindres.

1. Dans quel sens le système va-t-il tourner ? Justifier.

2. Déterminer les vitesses de S_1 et de S_2 lorsque le solide S_2 parcourt une distance de 2 m sur le plan incliné.

3. Déterminer l'intensité des forces exercées par les fils sur S_1 et S_2



Exercice 14 : Uniquement pour S1

N.B : Les trois parties I et II sont indépendantes
Dans tout le problème on considèrera que les frottements sont négligeables et on prendra pour accélération de la pesanteur
$g = 10m.s^{-2}$.
Deux cylindres (C_1) et (C_2), coaxiaux, solidaires l'un de l'autre ont respectivement pour rayon $R_1 =$ 10cm et $R_2 =$ 5cm. Ils constituent un système (S) pouvant tourner au tour d'un axe horizontal confondu avec leur axe de révolution, sur lequel se trouve le centre de gravité. Le moment d'inertie du système (S) par rapport à cet axe de révolution J_Δ vaut 27.10^{-4}kg.m².
I. Le cylindre (C_1) soutient un corps (A_1) de masse $m_1 = 100$g, par l'intermédiaire d'un fil inextensible, de masse négligeable, fixé au cylindre. Le cylindre (C_2) soutient, de la même façon, un corps (A_2) de masse $m_2 = 120$g. Les fils étant verticaux et leur sens d'enroulement tel que (A_1) et (A_2) se déplacent en sens contraire, on libère ce dispositif sans vitesse initiale.
1. Dans quel sens va tourner le système (S)
2. Quelles sont les relations qui lient la vitesse angulaire de (S) et les vitesses de translation de (A_1) et de (A_2) à un instant t.

3. Exprimer l'énergie cinétique du système formé par (S) – (A_1) – (A_2) en fonction de m_1, m_2, J_Δ, R_1, R_2 et V_1 vitesse de (A1) à l'instant t

4. Exprimer le travail des forces de pesanteur entre l'instant initial et l'instant t où la hauteur de (A_1) à varier de h_1 en fonction de m_1, m_2, g et h_1.

5. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au système (S) - (A_1) – (A_2) entre l'instant de départ et l'instant où la vitesse de (A_1) est V_1 = 2m/s, calculer la hauteur h_1.

II-) A cet instant (V_1 = 2m/s), on coupe le fil maintenant (A_2) et l'on freine le système (S) en le soumettant à un couple de moment constant M. Les mouvements de (S) et (A_1) sont alors ralentis.

6. Quelle doit être la valeur du moment du couple de freinage pour que l'arrêt se produise au bout de dix tours de (S)?

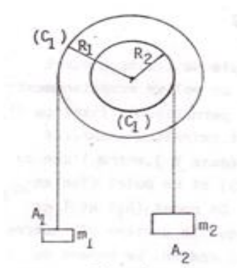
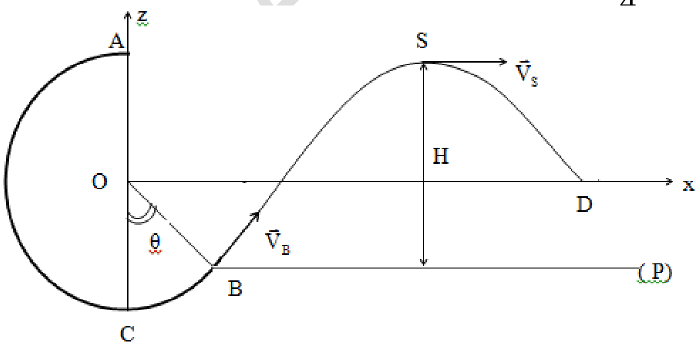


Fig. 1

Exercice 15 : Uniquement pour S1

Un solide de masse m = 1 kg, soumis au champ de pesanteur terrestre, est placé au sommet A d'un cercle de centre O et de rayon r = 2m situé dans le plan vertical (O ; x ; z). Parti sans vitesse initiale eu point A, le solide se déplace sur l'arc ABC (voir figure). On donne θ = (COB) = $\frac{\pi}{4}$ rad.



1. Donner l'expression de la vitesse V_B du solide en fonction de r, θ et g (intensité du champ de pesanteur). Calculer V_B.
2. En réalité le solide arrive en B avec une vitesse V_B = 8 m/s. Il est donc soumis à des forces de frottements d'intensité constante f sur l'arc ACB dont on admettra qu'elle est de même direction et de sens opposé au vecteur vitesse. Calculer f.
3. Arrivé en B le solide quitte l'arc ; il n'est soumis qu'à son poids. Il décrit une trajectoire parabolique de sommet S (voir figure)
   - **3.1.** Donner les coordonnées V_{Bx} et V_{By} du vecteur vitesse $\vec{V}_B$ en fonction de V_B et de θ.
   - **3.2.** En appliquant le théorème de l'énergie cinétique montrer que la hauteur H peut s'écrire sous la forme :

$$H = \frac{V_B^2 . \sin^2\theta}{2g}$$

En déduire l'altitude z_S du point S.

Exercice 16 : Uniquement pour S1

Les parties sont indépendantes :
On comprime à l'aide d'un solide (S) de masse M, un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0=25 cm, d'une longueur x_0=5 cm et on le libère sans vitesse initiale. Le solide (S) percute une bille (B) de masse m placée en B.
On donne M=30 g ; m=10 g ; g=10 $N.Kg^{-1}$; K=300 $N.m^{-1}$.

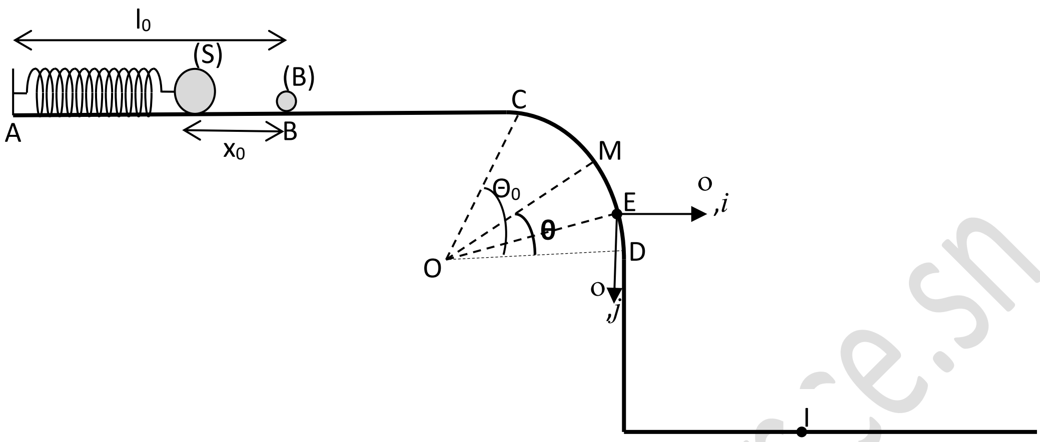
1. **Première partie : mouvement sur ABC :**
   - **a.** Déterminer la vitesse V_1 du solide (S) au point B juste avant le choc.
   - **b.** Après le choc la bille (B) aborde le plan horizontal (BC) de longueur L=50 cm, sur lequel s'exercent des forces de frottement d'intensité constante f avec une vitesse V_2=7,5 $m.s^{-1}$. Déterminer l'intensité de la force de frottement f sachant que la bille arrive en (C) avec une vitesse Vc= 6 $m.s^{-1}$.
2. **Deuxième partie : mouvement sur CD :**

La partie (CD) est un arc de cercle de centre O et de rayon r=6 m. La bille est repérée par l'angle $\theta=\widehat{COM}$. On donne $\theta_0=\widehat{COD}=60°$.
   - **a.** Déterminer l'expression de la vitesse au point M en fonction de θ, g, r, Vc et θ_0.
   - **b.** On montre par une loi physique que la réaction de la piste sur la bille est $R = -\frac{mV_M^2}{r} + mgsin\theta$. Donner l'expression de R en fonction de m, g, θ, θ_0, r et Vc.
   - **c.** Déterminer l'angle θ_1 au point E où la bille quitte le plan $\widehat{CD}$. En déduire la valeur V_E de la vitesse en ce point.
3. **Troisième partie : mouvement de chute libre avec rebonds :**

A l'instant t=0 la bille quitte le point E avec la vitesse $\vec{V}_E$ de norme V_E=7,2 $m.s^{-1}$, faisant un angle θ_1=30° avec l'horizontale. On montre par une loi physique que l'équation cartésienne de la trajectoire dans le repère (E, $\vec{i}$, $\vec{j}$) est $y = \frac{gx^2}{2{V_E}^2 cos^2\theta_1} + xtan\theta$ (expression littérale).
   - **a.** Donner l'équation numérique de la trajectoire.
   - **b.** Déterminer les coordonnées du point d'impact I de la bille sur le sol sachant que E est à une hauteur h_0=5 m du point I.
   - **c.** Déterminer la vitesse de la bille au point I.
4. **Quatrième partie : étude des rebonds :**

Après avoir heurté le sol en I, la bille effectue un premier rebond parabolique de hauteur h_1, puis un deuxième rebond de hauteur $h_1/2$, puis un troisième de hauteur $h_1/4$, etc.…. On voit donc que d'un rebond au suivant, la hauteur à laquelle s'élève la bille, au sommet de la parabole qu'elle décrit, se trouve diviser par 2.
   - **a.** Exprimer la hauteur h_n du nième rebond en fonction du nombre n de rebonds et de h_1.

b. Calculer la valeur de h_{10}.

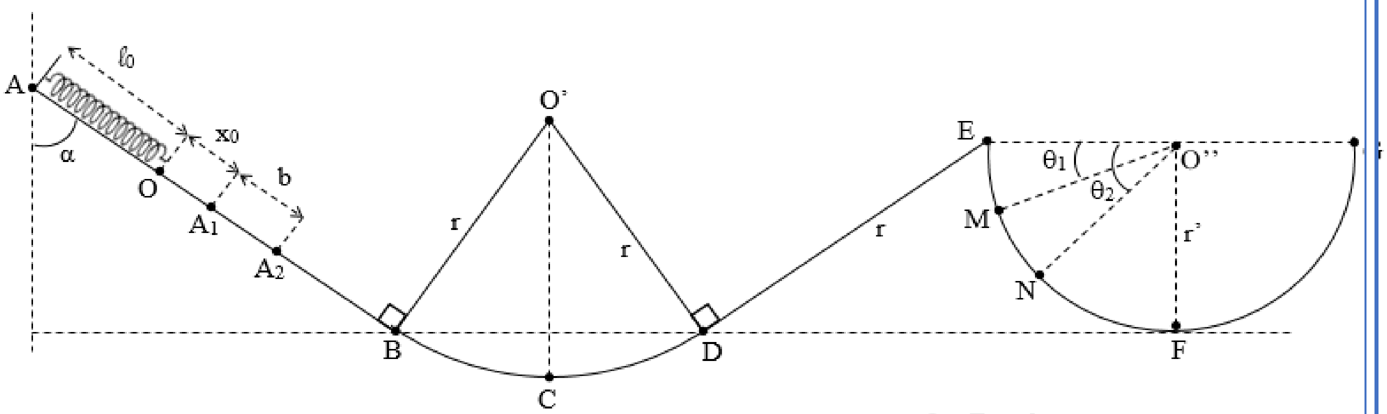


Exercice 17 : Uniquement pour S1

Un pendule élastique est constitué d'un ressort de masse négligeable et de raideur k et d'un solide de masse m. Il est posé sur un plan incliné d'un angle α par rapport à la verticale. La longueur à vide du ressort est ℓ_0. Les frottements sont négligeables sur ce plan incliné

1. Exprimer l'allongement x_0 du ressort en fonction de m, g, k et α. Calculer x_0.
2. Un opérateur tire le solide (à partir de la position d'équilibre A_1) vers le bas d'une distance b, le point A_2 est à une altitude h et on lâche sans vitesse initiale.
   - **2.1.** Déterminer la vitesse de passage du solide à la position d'équilibre pour la première fois. Faire l'application numérique.
   - **2.2.** Après plusieurs oscillations, le solide se détache du ressort à partir du point A_2. Parti sans vitesse initiale, le solide glisse suivant la piste A_2BCDE (voir figure).
     - **a.** Exprimer la vitesse de passage du solide en E en fonction de g, h, r et α. Calculer sa valeur.
     - **b.** En réalité, le solide arrive en E avec une vitesse nulle. Déterminer l'intensité des forces de frottement, supposé constante, sur la partie BCDE.
3. Le solide, arrivant en E avec une vitesse nulle, glisse sur une piste circulaire de rayon r'. On suppose que les forces de frottement gardent la même valeur que précédemment.
   - **3.1.** Représenter les forces extérieures qui s'exercent sur le solide en M et en N.
   - **3.2.** Déterminer le travail de chaque force de E à M, de M à N, de N à F puis de F à G.
   - **3.3.** En déduire la vitesse de passage du solide en N.

On donne : **g = 10 N/kg ; r = 20 cm ; ℓ_0 = 10,6 cm ; m = 200 g ; k = 20 N/m ; α = 60° ; h = 13,2 cm ; AB = 50 cm r = 20 cm ; r' = 30 cm ; θ_1 = 30° ; θ_2 = 60°**



Exercice 18 :

Un volant homogène de rayon **R = 10 cm** est solidaire d'une poulie coaxiale de rayon **r = 4 cm**. L'ensemble est mobile autour d'un axe fixe et horizontal. Sur le volant s'enroule un fil dont l'une des extrémités est fixée au volant, l'autre soutient un corps A de masse **m_A = 100g**. A peut glisser sans frottement le long d'un plan incliné d'un angle **α = 30°** par rapport à l'horizontal. Dans la gorge de la poulie s'enroule un fil dont l'une des extrémités est fixée à la poulie, l'autre soutient un corps B de masse **m_B = 200 g** située à une distance **h = 1m** par rapport au sol. Le système initialement au repos est abandonnée sans vitesse initiale, A étant au milieu du plan incliné de longueur **L = 2,5 cm.** On donne **g = 10 N/m**

1. Dans quel sens le volant et la poulie tournent-ils ?
2. Pour une rotation d'un angle **θ = 3,2 rad**, calculer la vitesse angulaire du volant. En déduire les vitesses V_A et V_B respectives des corps A et B. On donne le moment d'inertie du système volant-poulie par rapport à l'axe de rotation est **J =1,08.10^{-3} kg.m^2**
3. Après avoir tourné de l'angle θ, le fil liant le corps A casse brusquement à son point d'attache.

<u>Etude du mouvement du corps A</u> :

Parti sans vitesse initiale, le corps A quitte le plan incliné et atterrit au sol au point D. Déterminer :

3.1. Sa vitesse V_O de passage au point O.

3.2. Sa vitesse V_D d'atterrissage au sol en D. On donne **H = 3 m.**

<u>Etude du mouvement du système (corps B – volant – poulie)</u> :

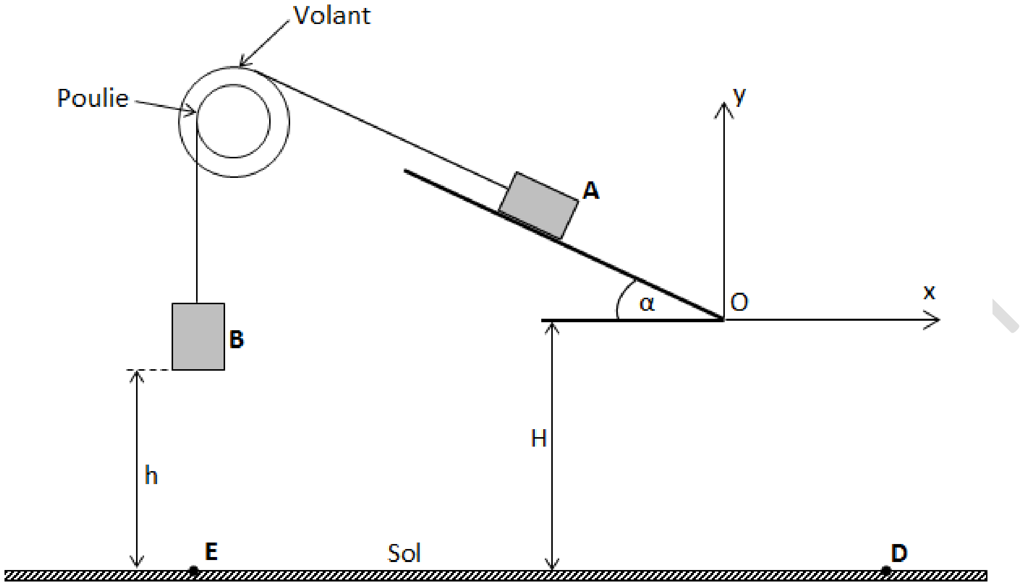
3.3. Déterminer l'énergie cinétique du système juste à cassure du fil liant A.

3.4. Le corps B atterrit aussi au sol au point E. Déterminer :

a. la vitesse V_E d'atterrissage au sol.

b. L'angle θ' supplémentaire dont a tourné la poulie.

3.5. En réalité, le corps B arrive au sol avec la vitesse $V_E' = 3$ m/s. Déterminer le moment du couple résultant des forces de frottement sur le système volant-poulie.



Exercice 19 : Uniquement pour S1

Un système d'un grand cerceau de centre I, de rayon R=10 cm et de masse M, puis d'un petit cerceau de centre J, de rayon $r=\frac{R}{2}$ de masse $m=\frac{M}{2}$. Le petit cerceau est soudé au point K du grand cerceau tel que les points O, I, J, K sont alignés. Les deux cerceaux sont solidaires et appartiennent à un même plan (figure 3). Le système ainsi constitué est mobile autour d'un axe fixe (Δ) passant par le point O du grand cerceau. O est diamétralement opposé à K.

1) Prouver que la position du centre d'inertie G du système par rapport à l'axe (Δ) est donnée par la relation $OG=\frac{7}{6}R$ et que le moment d'inertie est du système par rapport à cet axe $J_\Delta=\frac{13}{4}MR^2$.

2) On écarte le système d'un angle θ=60° à partir de sa position d'équilibre et on l'abandonne sans vitesse initiale (figure 4). Déterminer sa vitesse angulaire lorsqu'il passe par sa position d'équilibre stable.

3) On écarte de nouveau le système d'un angle θ_0= 60° à partir de sa position d'équilibre stable puis on le lance avec une vitesse angulaire w_0=6 rad.s^{-1}.

- **a)** Déterminer la vitesse angulaire du système lorsqu'il passe par la position d'équilibre stable.
- **b)** Déterminer la valeur maximale θmax de l'angle θ de rotation du système par rapport à sa position d'équilibre stable.

4) On veut que le système effectue au moins un tour.

Quelle doit être la vitesse angulaire minimale à lui communiquer lorsqu'il est initialement écarté de sa position d'équilibre d'un angle θ_0=60°?

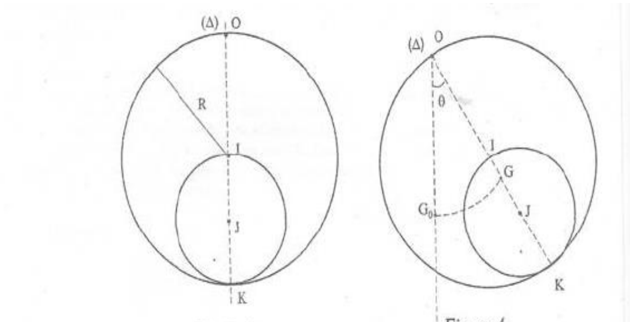


Figure 3 Figure 4

Exercice 20 : Uniquement pour S1

Un volant homogène de rayon R = 10 cm est solidaire d'une poulie coaxiale de rayon r = 4 cm. L'ensemble mobile autour de son axe maintenu fixe et horizontal a pour moment d'inertie par rapport à son axe $J = 6{,}8.10^{-4}$ kg.m^2.

1. Sur le volant s'enroule un fil dont l'une de ces extrémités retient un corps A de masse m_A = 500 g. Le corps A peut glisser sans frottement le long de la ligne inclinée d'un angle α = 30° par rapport au plan horizontal. L'autre extrémité du fil soutient en suspension un corps B de masse m_B = 150 g. le système est initialement au repos puis il est abandonné à lui-même.

1.1. Dans quel sens tourne le volant ? Justifier.

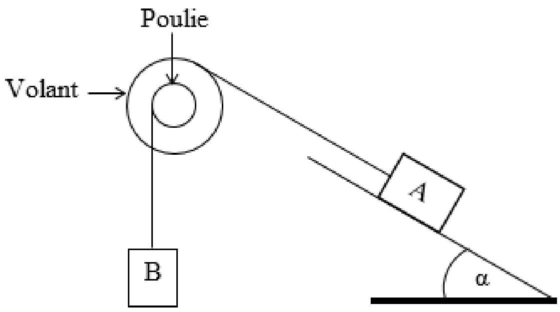
1.2. Exprimer littéralement les relations qui existent entre les vitesses de translation V_A et V_B des corps A et B et la vitesse angulaire du volant.

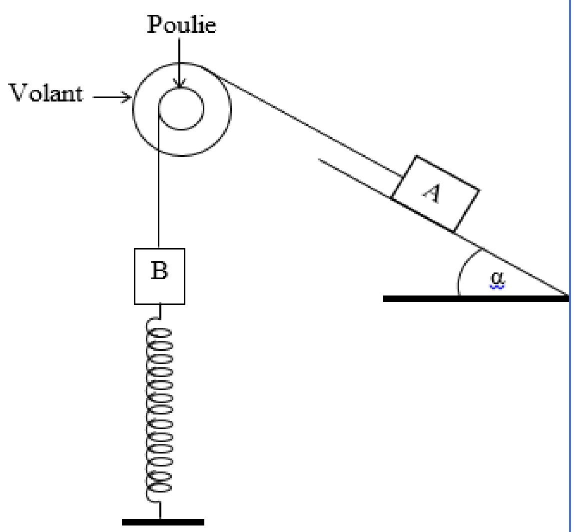
1.3. Le corps A se déplace de L_1 = 2 m le long du plan incliné. Exprimer littéralement puis par le calcul la vitesse angulaire de la poulie et les vitesses de translation V_A et V_B des corps A et B après ce parcours de L_1 de A le long du plan incliné.

2. A l'extrémité libre du corps B on attache un ressort à spires non jointives et de masse négligeable. L'autre extrémité du ressort est fixée au sol. La longueur à vide du ressort est l_0 = 18 cm et sa constante de raideur est k = 150 N/m.

2.1. Calculer l'allongement x_0 du ressort à l'équilibre.

2.2. Le corps A s'est déplacé de b = 20 cm vers le bas à partir de sa position d'équilibre, le long du plan incliné, puis abandonné sans vitesse initiale.
Déterminer la vitesse du corps A lorsqu'il passe par la position d'équilibre.





Exercice 21 : Uniquement pour S1

Un disque D, homogène de centre O, de rayon $R = 10cm$ et de masse $M = 200g$, peut tourner dans le plan vertical autour de son axe de révolution Δ. Il est surchargé de deux masselottes sphériques, homogènes, de même masse $m = \frac{1}{4}M$, de rayon $r = 1cm$ et dont les centres G_1 et G_2 symétriquement disposés par rapport à l'axe Δ, sont situés à une distance R de cet axe Δ. On rappelle les expressions :

- ✓ Moment d'inertie du disque D par rapport à un axe passant par son centre de gravité (Δ)

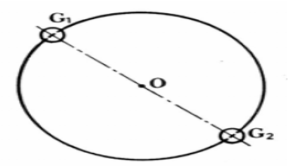
$$J_\Delta = \frac{1}{2}MR^2$$

- ✓ Moment d'inertie de l'une des sphères par rapport à un axe passant par son diamètre

$$J_S = \frac{2}{5}mr^2$$

1. Ecrire l'expression en fonction M, R et r, du moment d'inertie J du système par rapport à l'axe Δ.
2. Ecrire de même en fonction de M et R, l'expression du moment d'inertie I du système lorsque l'on assimile les deux sphères à des points matériels, de même masse m, situés en G_1 et G_2.
3. Exprimer en fonction de $\frac{r}{R}$ l'écart $\frac{J - I}{I}$. Calculer numériquement I et l'écart précédent.
4. Dans la suite du problème, on assimilera les surcharges à des points matériels. Le moment d'inertie de l'ensemble du système est I.
Le disque surchargé est lancé à vitesse angulaire $\omega_0 = 50rad/s$. Un dispositif permet d'exercer sur le disque des forces de frottements dont le moment $\mathcal{M}$ par rapport à l'axe de rotation Δ est constant. Le disque s'arrête au bout de $n = 10tours$.

a. Déterminer la valeur du moment de frottement $\mathcal{M}$.
b. Calculer la vitesse linéaire de G_2 lorsque le disque effectue 6 tours.



Exercice 22 : Uniquement pour S1

Un cylindre homogène de rayon R et de hauteur h A pour moment d'inerte J par rapport à son axe longitudinal. La masse volumique constituant le cylindre est ρ. Données numériques : R = 0,1 m, h = 10,0cm ; ρ= 7,8g/cm3 ; J= 1/2MR^2 ; Volume d'un cylindre = πR^2 h

1) Etablir la relation entre la masse volumique ρ, le rayon R, la hauteur h et le moment d'inertie J du cylindre. Quelle est l'énergie cinétique du cylindre animé de la vitesse de rotation

w = 100 tr.min^{-1} autour de son axe longitudinal ?

2) On considère, pour la suite du problème, un disque homogène, de centre O et de rayon R = 10 cm a une masse m = 1,3 kg. Calculer le moment d'inertie J de ce disque par rapport à son axe de rotation.

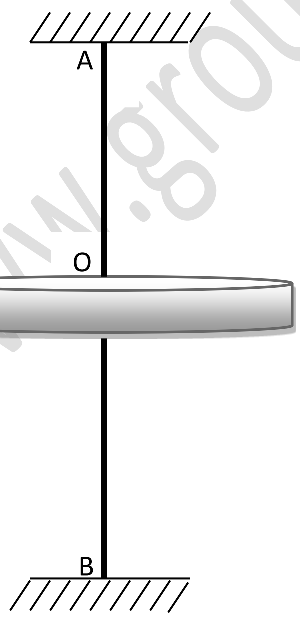
3) Le disque est suspendu en son centre par un fil de torsion vertical dont les extrémités A et B sont fixes. OA = OB = l = 0,9 m. La constante de torsion de l'un ou l'autre des brins de fil OA ou OB est c = 6,5 10^{-3} SI. On écarte le disque de sa position d'équilibre par rotation au tour de l'axe du fil d'un angle α_0 et on l'abandonne à lui-même sans vitesse initiale. Quelle est la vitesse angulaire maximale w_1 atteinte par le disque ? On néglige tout frottement.

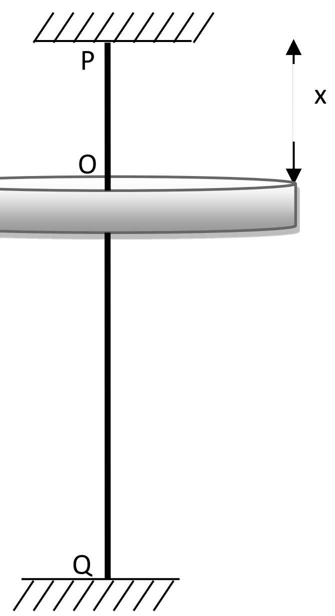
<u>AN</u> : la rotation initiale (α_0) est de 2 tours.

4) Le disque précédent est toujours suspendu par un fil de torsion **identique** à celui de la question précédente 2) mais cette fois les distances de O aux points d'ancrage P et Q du fil sont inégales : OP = x et PQ = L = 1,80 m. On provoque la même rotation initiale α_0.

4.1) Quelle est la vitesse maximale $w_2(exprimée\ en\ fonction\ de\ x)$ atteinte sachant que la constante de torsion d'un fil est **inversement proportionnelle** à sa longueur ? AN : x = 0,45m ?

4.2) Pour quelle valeur de x la vitesse angulaire ω est-elle minimale ?





Exercice 23 :

1-) Sur un treuil assimilable à un cylindre plein homogène de masse M et de rayon r est enroulé un fil inextensible de masse négligeable. Le fil porte une charge de masse m. ***Figure 1. On donne :*** m = 10kg ; M = 4kg ; r = 10cm ;
g = 10N/Kg.

a-) Rappeler l'expression du moment d'inertie d'un cylindre homogène.

b-) Calculer le moment d'inertie du treuil par rapport à son axe de révolution.

c-) Enoncer le théorème de l'énergie cinétique.

d-) Le système est lâché sans vitesse initiale. Calculer après un parcours de h = 1m de la charge de masse m:

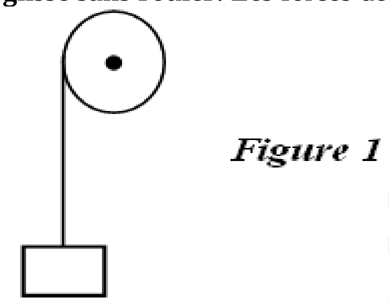
- ✓ La vitesse acquise par cette charge,
- ✓ La vitesse angulaire du treuil,
- ✓ Le nombre de tours effectués par le treuil. **(**

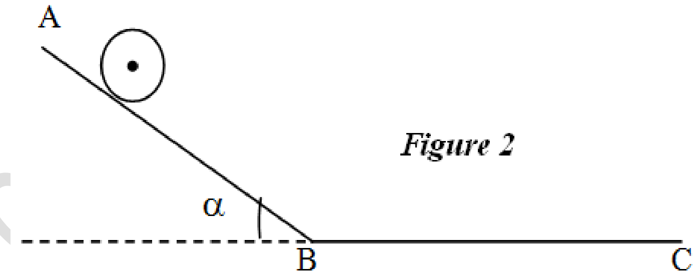
2-) Le treuil débarrassé de la charge et du fil est abandonné en un point A d'un plan incliné d'un angle α = 30° par rapport à l'horizontal. ***Figure2***. L'ensemble des forces de frottements est équivalent à une force unique f d'intensité f =5N.

a-) Sachant le treuil **roule sans glisser**,

- ✓ Donner l'expression de l'énergie cinétique de rotation.
- ✓ Calculer la vitesse avec laquelle son centre d'inertie passe par le point B situé au bas du plan et distant du point A de 5m.

b-) Quelle distance maximale parcourt le treuil sur le plan BC sachant que sur ce trajet, le treuil **glisse sans rouler**. Les forces de frottements ont pour intensité f' = 10N sur ce plan.





Exercice 23 : Uniquement pour S1

Une balle de tennis est lancée depuis une cote $Z = 1,5m$ avec une vitesse $V_A = 2,5m/s$. Le coefficient de restitution de la balle est τ (rapport de l'énergie finale à l'énergie initiale après rebond). La balle a une masse $m = 55g$. Le sol est pris comme origine des énergies potentielles, le rayon de la balle est négligeable. On donne $\tau = 0,6$ et $g = 10N/kg$.

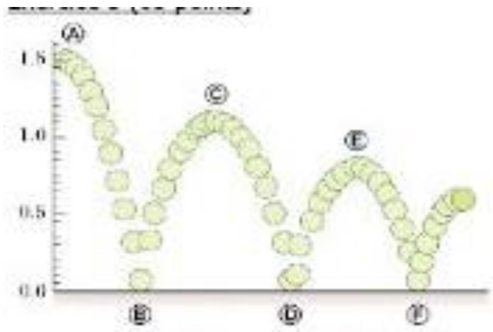
1-) Calculer l'énergie cinétique de la balle en A.

2-) Calculer la vitesse V_0 de la balle quand elle touche le sol en B puis en déduire sa vitesse V_1quand elle quitte B.

3-) Calculer la vitesse V_C de la balle en C puis V_2 et V_3 respectivement à l'arrivée et au départ de D.

4-) Au bout de combien de rebond la balle ne possède plus que 2% de son énergie cinétique initiale E_0 en B.

Aide : Etablir l'expression générale de l'énergie de la balle au $n^{ième}$ rebond $E_n = \tau^n E_0$. Utiliser la relation suivante : si $a^n = b$ alors $nlna = lnb$ où ln est la fonction logarithme népérien, **utiliser la touche de la machine à calculer ln.**



Exercice 23 :

On dispose d'un rail AO dont la forme est celle d'un quart de cercle de rayon R, conformément à la figure ci-dessous.

Une boule, assimilable à une sphère homogène de rayon $r = \frac{1}{10}\ R$ de masse m = 200 g, abandonnée sans vitesse initiale, glisse sur le rail sans frottement. En O est fixé un plan incliné vers le haut d'un angle α = 30°. La sphère homogène quittant le rail en O gravit le plan incliné OB. On donne $r = 0{,}125m$.

3.1- On repère la position de la sphère par l'angle θ. Exprimer $\|\overrightarrow{V_M}\|$, norme de la vitesse de la sphère en M en fonction de θ, r et g. En déduire la norme de la vitesse $\|\vec{V_O}\|$ de la boule au point O.

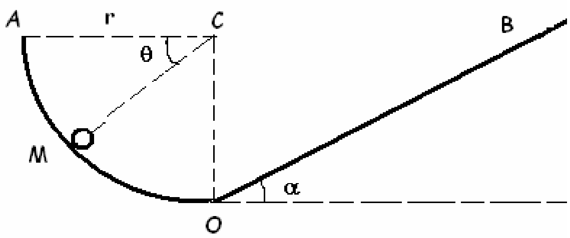
3.2- Exprimer en fonction de θ, g et m l'intensité de la force $\vec{R}$ que le rail exerce sur la sphère de masse m : $R = mg\cos(\frac{\pi}{2} - \theta\ ) + m\frac{V_M^2}{r}$

En quel point cette intensité est-elle maximale ? La calculer.

3.3- En réalité, la force de frottement agissant tangentiellement entre A et O n'est pas négligeable. Ainsi, l'expérience donne $\|\vec{V}_0'\| = \frac{5}{7}\|\vec{V}_0\|$.

Evaluer alors l'intensité de la force f responsable de l'écart entre la valeur expérimentale et la valeur théorique de $\|\vec{V_O}\|$.

3.4- Arrivée au point O avec la vitesse $\|\vec{V}_0'\|$, la boule gravit le plan incliné. On suppose négligeable les forces de frottement sur le plan incliné. Exprimer la distance maximale L = OB parcourue par la boule sur ce plan en fonction de V_0, g et α et la calculer.



« Soyez un élément de qualité, certaines personnes ne sont pas habituées à un environnement où l'on attend l'Excellence » **STEVE JOBS**