Matière : Mathématique	**Série 7 : PRIMITIVES**	**Professeur** : M. Maissa Fall
Groupe Excellence (cours en ligne)		**Niveau** : 1S1

Exercice 1 :

Déterminer une primitive pour chacune des fonctions suivantes :

a) $f(x) = 5x^4 - 3x + 7$ sur IR **b)** $f(x) = \dfrac{2x}{(3x^2+2)^2}$ sur $[0 ; +\infty[$ **c)** $f(x) = \dfrac{2}{x^5}$ su $\mathbb{R}^{+*}$

d) $f(x) = (3x+4)^4$ sur IR **e)** $f(x) = \dfrac{1}{3}\cos(3x) - 7\sin x + 1$ sur IR **f)** $f(x) = \cos^3 x$ sur IR

g) $f(x) = \cos^5 x$ sur IR h) $f(x) = \dfrac{1}{\cos^2 x}$ sur $\left]0;\dfrac{\pi}{2}\right[$ **,i**

$f(x) = \tan x + \tan^2 x + \tan^3 x$ sur $\left]0;\dfrac{\pi}{2}\right[$

$f(x) = 5x + 7$ sur IR $f(x) = \dfrac{2}{3}x^3 - 2x^2 + 7x - 1$ sur IR $f(x) = -\dfrac{2}{5}x^4 + 3x^2 - 5x + 2$ sur IR

$f(x) = -\dfrac{1}{x^2}$ sur $]0 ; +\infty[$ $f(x) = \dfrac{4}{(2x+1)^2}$ sur $[5 ; 17]$ $f(x) = \dfrac{-4x}{(x^2+3)^2}$ sur IR

$f(x) = 2\sin^2 x \cos x$ sur IR $f(x) = \dfrac{1}{2}\sin(2x)$ sur IR $f(x) = \cos x - \sin x$ sur $[0 ; 2\pi[$

$f(x) = \dfrac{5x^4 + 3x^3 + 2x^2 - 3}{x^2}$ sur $]0 ; +\infty[$ $f(x) = \dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+4}}$ sur $]0 ; +\infty[$

$f(x) = \dfrac{3x+6}{\sqrt{x^2+4x+7}}$ sur IR $f(x) = \dfrac{5x}{(3x^2-1)^2}$ sur $[54 ; 79]$ $f(x) = 2x(5x^2+3)^5$ sur IR

Exercice 2 :

Déterminer la primitive *F* de la fonction *f* sur *I* vérifiant la condition indiquée:

a. $f(x) = x^3 + x^2 - 1$, $I = \mathbb{R}$ et $F(0) = 7$ **b.** $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$, $I =]0; +\infty[$ et $F(1) = 0$

c. $f(x) = \frac{3x}{(x^2+1)^2}$, $I = \mathbb{R}$ et $F(\sqrt{2}) = -2$ **d.** $f(x) = \sqrt{x}$, $I =]0; +\infty[$ et $F(9) = 20$

e. $f(x) = sin\left(3x + \frac{\pi}{2}\right), I = \mathbb{R}$ et $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{6}$ **f.** $f(x) = sin^4x + cos^4x, I = \mathbb{R}$ et $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice 3 :

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{-6x-3}{(x+2)^2(x-1)^2}$.

1. Déterminer deux nombres réels a et b tels $\forall\ x \in \mathbb{R} \setminus \{-2; 1\},\quad f(x) = \frac{a}{(x+2)^2} + \frac{b}{(x-1)^2}$.

2. En déduire les primitives de f sur $]-2; 1[$.

Exercice 4 :

Soit f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ par $f(x) = \frac{2x-3}{(x-1)^3}$

1°) Déterminer a et b pour que pour que si $x \neq 1$ on ait : $f(x) = \frac{a}{(x-1)^2} + \frac{b}{(x-1)^3}$

2°) En déduire les primitives de f sur $]-1 ; +\infty[$ puis celle qui vérifie $F(2) = 12321$

Exercice 5 :

1°) Déterminer a, b et c tels que f définie sur $I =]-\frac{1}{2} ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{8x^3 - 6x + 2}{(2x+1)^2}$ vérifie

$f(x) = ax + b + \frac{c}{(2x+1)^2}$ puis déterminer une primitive de f sur I

2°) On donne $G(x) = x \times \sin x + \cos x$, calculer $G'(x)$ et utiliser ce résultat pour obtenir une primitive pour $f(x) = (2x+3) \times \cos x$ sur $\mathbb{R}$

Exercice 6:

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sin x + \sin^3 x$

1°) Calculer $f'(x)$ puis $f''(x)$

2°) Déterminer a et b tels que $f''(x) + a f(x) = b \sin x$

3°) En déduire une primitive de f sur $\mathbb{R}$

Exercice 7 :

a) Déterminer des primitives pour $f(x) = \sin 2x \cos 2x$

b) Déterminer une primitive pour $f(x) = \cos 5x + \frac{5}{(x-2)^2} - \frac{5x}{(x^2+3)^2}$ sur $]\,2\,;+\infty\,[$

Exercice 8 :

On donne $G(x) = x \times \sin x + \cos x$, calculer $G'(x)$ et utiliser ce résultat pour obtenir une primitive pour $f(x) = (2x+3) \times \cos x$ sur $\mathbb{R}$

Exercice 9 :

Soit f ; g ; et h les fonctions définies par $f(x) = \cos^4 x$; $g(x) = \sin^4 x$ et $h(x) = 2\sin^2 x\cos^2 x$

1) Déterminer la primitive H de h sur IR qui s'annule en $\frac{\pi}{4}$.
2) Soit F et G les primitives respectives de f et g qui s'annulent en $\frac{\pi}{4}$
   a) Montrer que $f(x) - g(x) = \cos 2x$ et $f(x) + g(x) + h(x) = 1$
   b) Déterminer alors F(x) et G(x).

Exercice 10 :

Soit la fonction définie par $f(x) = \cos 3x \cos^3 x$. En linéarisant montrer que :

$f(x) = (1/8)\cos 6x + (3/8)\cos 4x + (3/8)\cos 2x + (1/8)$ puis déterminer la primitive de f sur IR qui s'annule en $\frac{\pi}{4}$

$g(x) = 1 : cox = (a\cos x) : (1-\sin x)\ (b\cos x) : (1+\sin x)$ *puis en déduire les primitives de g sur* $[0;\pi/4]$

Exercice 11 :

On considère les fonctions $f(x) = cos^4x$; $g(x) = sin^4x$ et $h(x) = 2sin^2xcos^2x$

1) Exprimer h(x) en fonction de cos4x puis déterminer la primitive de h sur IR qui S'annule en $\frac{\pi}{4}$
2) Montrer que f(x)-g(x)= cos2x et que f(x)+g(x)+h(x)=1
3) Déduire de la question 2) f(x)et g(x) puis les primitives F et G de f et g qui s'annule en $\frac{\pi}{4}$

Partie A : Soit $g(x) = sinx + sin^3x$; Préciser D_g

1) Calculer$g'(x)$ *et* $g''(x)$.

2) Trouver deux réels a et b tels que : $\forall x \in D_g,\ g''(x) + ag(x) = b\sin x$

3) En déduire la primitive de g

Exercice 12 :

Soit f et g les fonctions définies sur l'intervalle $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ par : $f(x)=\frac{1}{\cos^4 x}$ et $g(x)=\frac{\sin x}{\cos^3 x}$.

1-) Vérifier que pour tout $x \in \left[0;\frac{\pi}{4}\right]$, $g'(x)=\frac{3}{\cos^4 x}-\frac{2}{\cos^2 x}$.

2-) En utilisant une primitive de la fonction $x \mapsto \frac{1}{\cos^2 x}$, trouver une primitive F de f sur $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$.