

# Groupe Excellence

Excellez avec les meilleurs professeurs !



|                                           |                                   |                              |
|-------------------------------------------|-----------------------------------|------------------------------|
| <b>Matière</b> : Mathématique             | <b>Transformation de l'espace</b> | <b>Professeur</b> : M. Sylla |
| <b>Groupe Excellence</b> (cours en ligne) |                                   | <b>Niveau</b> : TS1          |

## Exercice 1 :

L'espace orienté  $\mathcal{E}$  est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

Soit  $f$  l'application de  $\mathcal{E}$  dans  $\mathcal{E}$  qui à tout point  $M$  de coordonnées  $(x, y, z)$  associe le point  $M'$  de coordonnées  $(x', y', z')$  tel que :

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = z + 1 \\ z' = x - 1 \end{cases}$$

- 1) a) Montrer que  $f$  est une isométrie (c'est-à-dire que  $f$  conserve la distance).  
b) Montrer que l'ensemble des points invariants par  $f$  est la droite  $(\Delta)$  passant par le point  $A$  de coordonnées  $(0, 0, -1)$  et de vecteur directeur  $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ .
- 2) Soit  $P$  le plan perpendiculaire à  $(\Delta)$  en  $A$ .  
a) Montrer que le point  $I$  de coordonnées  $(-1, 0, 0)$  appartient à  $P$ .  
b) Prouver que  $I' = f(I)$  appartient à  $P$ .
- 3) Déterminer la nature de  $f$  et ses éléments caractéristiques.
- 4) Déterminer l'ensemble des points  $M$  de  $\mathcal{E}$  d'images  $M'$  tels que le milieu  $J$  de  $[MM']$  appartient :  
a) au plan  $Q$  d'équation cartésienne :  $2x + y - z = 0$ .  
b) à la droite  $(D)$  dont un système d'équations cartésiennes est :  $x = y = z$ .

## Exercice 2 :

Soit ABCD un tétraèdre régulier, G son centre de gravité et H celui du triangle ABD.

On note I, J, K et L les milieux respectifs des segments  $[AD]$ ,  $[BC]$ ,  $[AC]$  et  $[BD]$ .

- 1) a) Démontrer que les droites  $(IJ)$  et  $(KL)$  se coupent en G.  
b) Démontrer que la droite  $(CG)$  perce le plan  $(ABD)$  en H.  
c) Placer sur une figure les données précédentes.

# Groupe Excellence

Excellez avec les meilleurs professeurs !

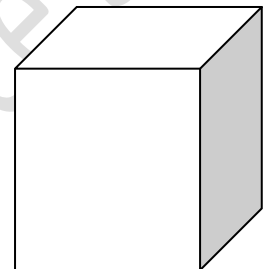


- 2) Soient  $S_1$  la réflexion par le plan  $(BIC)$  et  $S_2$  la réflexion par le plan  $(ALC)$ . On pose  $r = S_2 \circ S_1$ .
- Montrer que  $(BIC)$  est le plan médiateur du segment  $[AD]$  ; en déduire les images de A et D par  $S_1$ . Déterminer de même les images de B et D par  $S_2$ .
  - Déterminer les images des points A, B, C et G par  $r$ .
  - Démontrer que  $r$  est une rotation dont on déterminera l'axe et l'angle.

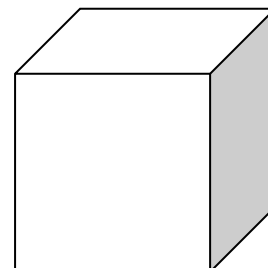
## Exercice 3 :

ABCDEFGH est le cube ci-contre représenté.

O est son centre, I est le milieu de  $[AB]$ , J le centre de gravité de la face DCGH.



- Montrer que  $(ABG)$  est le plan médiateur des segments  $[ED]$  et  $[FC]$ .
  - On note  $S_1, S_2, S_3$  les réflexions dont les plans respectifs sont  $(ABG)$ ,  $(BCH)$  et  $(IOJ)$ . Vérifier que ces réflexions laissent invariant le cube ABCDEFGH.
- On considère l'application  $f = S_1 \circ S_2$ .
  - Prouver que  $f$  est une rotation d'axe  $(BH)$ .
  - En orientant le plan  $(ACF)$  par  $\overrightarrow{BH}$ , déterminer la restriction de  $f$  à ce plan.  
En déduire l'angle de  $f$ .
- Soit  $r$  le demi-tour d'axe  $(OI)$  et  $g$  l'application  $r \circ f$ .
  - En écrivant  $r$  comme le produit de deux réflexions judicieusement choisies déterminer la nature de  $g$ .
  - Déterminer les éléments caractéristiques de  $g$ .



## Exercice 4 :

# Groupe Excellence

Excellez avec les meilleurs professeurs !



On considère le cube ABCDERGH (ci-dessous).

On appelle  $r_1$  la rotation d'axe  $(AB)$  orienté par  $\overrightarrow{AB}$  et d'angle  $\frac{\pi}{2}$  et  $r_2$  la rotation d'axe  $(AE)$  orienté par  $\overrightarrow{AE}$  et d'angle  $\frac{\pi}{2}$ .

On appelle  $S_1$  et  $S_2$  les réflexions de bases respectives  $(ABG)$  et  $(AEG)$ .

- 1) Montrer qu'il existe un plan  $P$ , à déterminer, tel que  $r_1 = S \circ S_1$  et  $r_2 = S_2 \circ S$  où  $S$  est la réflexion de  $P$ .
- 2) Donner une décomposition de  $r_2 \circ r_1$  en composée de deux réflexions.
- 3) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de  $r_2 \circ r_1$ .
- 4) Déterminer l'image du cube par  $r_2 \circ r_1$ .