

Groupe Excellence

Excellez avec les meilleurs professeurs !



Matière : Mathématique	Divisibilité dans $\mathbb{Z}$	Professeur : M. Diamba
Groupe Excellence (cours en ligne)		Niveau : TS1

Exercice 1 :

- 1) Démontrer que a divise b si et seulement si pour tout k de $\mathbb{Z}$, a divise $b - ka$.
- 2) a-) Ecrire l'ensemble des entiers relatifs diviseurs de 6.
b-) Déterminer les entiers relatifs n tels que $n - 4$ divise 6.
c-) Déterminer les entiers relatifs n tels que $n - 4$ divise $n + 2$.
- 3) On considère la fraction $q_n = \frac{n+19}{n-7}$, n étant un entier naturel tel que $n > 7$.
a-) Comment choisir n pour que q_n soit simplifiable ?
b-) Déterminer n pour que q_n soit égale à un entier naturel.

Exercice 2 :

- 1) Dans une division euclidienne entre entiers naturels, quels peuvent être le diviseur et le quotient lorsque le dividende est 320 et le reste 89 ?
- 2) Déterminer les entiers naturels non nuls n dont la division euclidienne par 125 donne un reste égal au cube du quotient.

Exercice 3 :

- 1) Résoudre dans $\mathbb{N}^2$ l'équation : $x^2 - y^2 = 13$.
- 2) Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation : $2x^3 + xy - 11 = 0$.

Exercice 4 :

- 1) Soit n un entier naturel. Déterminer les valeurs de n pour lesquelles $\frac{n^3 - n}{n + 2} \in \mathbb{Z}$.
- 2) Soit n un entier naturel non nul. Déterminer le reste de la division euclidienne de $n^2 + 2n$ par $n + 1$.

Exercice 5 :

- 1) Trouver toutes les valeurs possibles des chiffres x et y pour que le nombre $n = \overline{26x95y}$, dans le système décimal, soit divisible par 3 et 11.
- 2) $A = \overline{16524}^7$. Ecrire ce nombre en base 16.

Groupe Excellence

Excellez avec les meilleurs professeurs !



- 3) Le nombre N s'écrit 23 dans le système décimal, peut-il s'écrire 27 dans une autre base ?
4) Un nombre de trois chiffres en numérotation décimale s'écrit $\overline{abc}^5$ en base 5 et $\overline{cba}^7$ en base 7. Quel est ce nombre ?

Exercice 6 :

Soit E l'ensemble des nombres entiers n qui s'écrivent sous la forme $n = \overline{ababab}$ en base 10 avec a non nul.

- 1) Combien y a-t-il de nombres n dans E ?
- 2) Montrer que tous les nombres de E sont multiples de 10101.

Exercice 7 :

- 1) a-) Développer $(a + 1)^4$.
b-) En déduire l'écriture en base 7 de 8^4 .
- 2) Dans un système de base inconnue b , $\overline{111}^b \times \overline{30}^b = \overline{3420}^b$. Déterminer b .

Exercice 8 :

- 1) Résoudre dans $\mathbb{Z}$: $3x \equiv 1 [5]$.
- 2) Résoudre dans $\mathbb{Z}$: $x^2 - 3x + 4 \equiv 0 [7]$.

Exercice 9 :

- 1) Montrer que le carré de tout entier naturel a est de la forme $3k$ ou $3k + 1$ ($k \in \mathbb{N}$).
- 2) Montrer que $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ est un entier naturel ($n \in \mathbb{N}$).
- 3) Montrer que 8 divise $n^2 - 1$ si n est impair.
- 4) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, 27 divise $2^{5n+1} + 5^{n+2}$ et 43 divise $6^{n+2} + 7^{2n+1}$.
- 5) Soit a un nombre entier impair.
Montrer que : $\forall n \geq 1, a^{2^n} \equiv 1 [2^{n+2}]$. (Par récurrence)

Exercice 10 :

- 1) Déterminer le reste de la division euclidienne de 7^{2015} par 9.
- 2) Déterminer le reste de la division euclidienne de $111^{333} + 333^{111}$ par 7.
- 3) Déterminer le reste de la division euclidienne de $x_n = 4^{2n+1} + 3^{n+2}$ par 13.
- 4) Déterminer le reste de la division de $N = 1! + 2! + \dots + 100!$ par 12.
- 5) Déterminer le reste de la division de $S = 1^5 + 2^5 + \dots + 100^5$ par 4.
- 6) Pour quelles valeurs de n entier naturel, $5^{2n} + 5^n + 1$ est un multiple de 3 ?

Exercice 11 :

Groupe Excellence

Excellez avec les meilleurs professeurs !



On note $\Omega = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$. On désigne par f la fonction définie sur Ω par « $f(n)$ est le reste de la division euclidienne de 5^n par 11 ».

1) Calculer $f(10)$ et $f[f(10)]$.

2) On suppose que k est le plus petit élément de Ω tel que $f(k) = f(10)$.

Montrer que 10 est un multiple de k .

3) La fonction f est-elle une transformation de Ω ?

Exercice 12 : CIAM, p.28, Exercice N° 18

Exercice 13 : CIAM, p.28, Exercice N° 19

Exercice 14 : CIAM, p.29, Exercice N° 29

Exercice 15 : CIAM, p.31, Exercice N° 73

Exercice 16 : CIAM, p.31, Exercice N° 78