

Exercice n°1 :

Dans chacune des questions suivantes, au moins une des réponses est exacte.

- 1) ABC est un triangle équilatéral direct de centre O. $R_{\left(C, \frac{\pi}{3}\right)} \circ S_{(CO)}$ est :
 - a) $S_{(AC)}$
 - b) $S_{(OC)}$
 - c) $S_{(BC)}$
 - d) $r_{\left(A, \frac{\pi}{3}\right)}$.
- 2) Une isométrie qui échange deux points distincts A et B :
 - a) Fixe tout point de (AB).
 - b) Est une symétrie centrale.
 - c) Est une symétrie orthogonale.
 - d) Fixe le milieu de [AB].
- 3) Une isométrie qui laisse invariants deux points A et B.
 - a) Est l'identité.
 - b) Fixe le milieu de [AB].
 - c) Laisse invariante la droite (AB).
 - d) Laisse invariante la médiatrice de [AB].

Exercice n°2 :

Soit ABCD un carré direct de centre O. I, J, K et L sont les milieux respectifs des segments [AB], [BC], [CD] et [DA].

- 1) Justifier l'existence et l'unicité d'un déplacement f qui transforme B en K et L en A. Déterminer la nature et l'angle de f.
- 2) a) Déterminer les images par f des droites (AB) et (AD), en déduire f(A) et f(D).
b) En déduire le centre de f.
- 3) Caractériser chacune des transformations suivantes :
 - a) $f = S_{(AC)} \circ S_{(BD)}$
 - b) $f = S_{(BC)} \circ S_{(OI)}$
 - c) $f = r_{\left(C, \frac{\pi}{2}\right)} \text{ or } r_{\left(A, \frac{\pi}{2}\right)}$
 - d) $f = r_{\left(A, \frac{\pi}{2}\right)} \circ t_{\overline{CB}}$
 - e) $f = S_{(AC)} \text{ or } r_{\left(A, \frac{\pi}{2}\right)}$
 - f) $f = S_{(IK)} \circ t_{\overline{BD}}$.

Exercice n°3:

Soit ABC un triangle équilatéral de sens direct. On désigne par $I = A * B$ et $J = A * C$.

- 1) Montrer qu'il existe un unique déplacement f qui envoie A sur C et I sur J. Donner les éléments caractéristiques de f.
- 2) Définir l'antidéplacement g qui envoie C en A et A en B.
- 3) Caractériser l'application fog et gof.

Exercice n°4 :

Dans le plan orienté, on considère un triangle ABC tel que $AC = 2AB$, $(\overline{AB}, \overline{AC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ et $I = A * C$.

- 1) a) Montrer qu'il existe un unique déplacement φ qui transforme A en I et B en C.
b) Montrer que φ est une rotation dont on précisera l'angle. Construire son centre Ω .
- 2) Soient R la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et $g = \varphi \circ R^{-1}$.
 - a) Déterminer g(A) puis caractériser l'application g.
 - b) En déduire que $\varphi = t_{\overline{AI}} \circ R$.
- 3) Soit E = R(I) et F le point tel que AEFI est un carré.

- a) Caractériser l'application $\varphi \circ \varphi$.
- b) Déterminer $(\varphi \circ \varphi)(A)$. En déduire que $\Omega = A * F$.

Exercice n°5 :

Dans le plan orienté, on considère un losange ABCD de centre O et tel que $(\overline{AB}, \overline{AD}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$.

Le cercle de centre B et de rayon AB recoupe la droite (BD) en I.

- 1) a) Justifier l'existence d'un déplacement unique φ qui envoie A en C et B en D.
b) Caractériser φ .
- 2) a) Donner la nature de $g = r_{\left(D, \frac{\pi}{3}\right)} \circ t_{\overline{BD}} \circ r_{\left(A, \frac{\pi}{3}\right)}$.
b) Déterminer $g(D)$, caractériser alors g .
- 3) Soit $f = r_{\left(B, \frac{2\pi}{3}\right)} \circ r_{\left(A, \frac{\pi}{3}\right)}$.
a) Donner la nature de f .
b) Caractériser f .
- 4) Déterminer et caractériser les isométries suivantes : $h = S_{(AD)} \circ S_{(BD)} \circ \varphi$ et $K = f \circ t_{\overline{CB}}$.

Exercice n°6 :

ABC est un triangle rectangle en A tel que $(\overline{CA}, \overline{CB}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$ et O le milieu de [BC].

- 1) a) Montrer qu'il existe un unique déplacement f qui envoie O en A et B en C.
b) Montrer que f est une rotation.
c) On note I le centre de f donner une mesure de chacun des angles $(\overline{IB}, \overline{IO})$ et $(\overline{IO}, \overline{IA})$.
d) En déduire que I appartient au segment [AB] et que I est le barycentre des points pondérés (A,2) et (B,1).
- 2) a) Soit $r = R_{\left(C, \frac{\pi}{3}\right)}$. Caractériser l'application r .
b) On note C' l'image de C par r . Montrer que O, I et C' sont alignés.
- 3) Soit g l'antidépacement qui envoie O en A et B en C.
a) Déterminer les images des droites (OI) et (OA) par g .
b) Donner la nature et les éléments caractéristiques de g .

Exercice n°7 :

Dans le plan orienté on considère un triangle ABC rectangle en B et tel que $(\overline{AB}, \overline{AC}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$. On désigne par O le milieu de [AC] et par J=B*C.

- 1) Montrer qu'il existe un unique déplacement R tel que $R(A) = O$ et $R(B) = C$.
- 2) a) Montrer que R est une rotation puis construire son centre D.
b) Donner la nature de quadrilatère ABOD.
- 3) On désigne par $R_C = r_{\left(C, \frac{\pi}{3}\right)}$ et $R_B = r_{\left(B, \frac{\pi}{3}\right)}$ et $T = t_{\overline{BC}}$ on pose $f = R_C \circ T \circ R_B$.
a) Déterminer $f(B)$.
b) En déduire la nature de f .
- 4) On désigne par I le milieu de [OA] et par K le milieu de [AB], soit g l'antidépacement qui transforme B en A et A en O.
a) Montrer que g est une symétrie glissante puis déterminer ses éléments caractéristiques.
b) Montrer que $g(O) = D$.
c) Soit $E = g(D)$ montrer que E et B sont symétriques par rapport à O.

Exercice n°8 :

Soit ABC un triangle rectangle en C tel que $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ et soit r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

Soient $D = r(C)$ et $E = r^{-1}(B)$, $I = C * D$.

- 1) a) Montrer qu'il existe un unique déplacement f tel que $f(A) = D$ et $f(C) = A$.
b) Préciser la nature et les éléments caractéristiques de f.
- 2) Soit $g = f \circ r$.
 - a) Montrer que g est une translation.
 - b) Soit $F = g(E)$, montrer que $f(B) = F$ et en déduire la nature du triangle BIF.
 - c) Montrer que les points C, A et F sont alignés.
- 3) Soit $G = t_{\overrightarrow{AD}}(I)$.
 - a) Montrer qu'il existe un unique antidéplacement h tel que $h(C) = D$ et $h(I) = G$.
 - b) Montrer que h est une symétrie glissante dont on précisera le vecteur et l'axe.

Exercice n°9 :

Soit ABC un triangle équilatéral direct et H le milieu de [BC]. Le cercle \mathcal{C} de centre A et de rayon AB coupe la demi-droite [HA) en un point I. On note J le symétrique de I par rapport à (AC).

- 1) Montrer que $(\overrightarrow{BI}, \overrightarrow{CJ}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$.
- 2) a) Montrer qu'il existe un seul déplacement f qui transforme B en C et I en J.
b) Montrer que f est une rotation que l'on caractérisera.
- 3) Caractériser f o $S_{(AI)}$.
- 4) La droite (AC) recoupe le cercle \mathcal{C} en D. On pose $g = S_{(AI)} \circ S_{(BD)}$.
 - a) Montrer que g est une translation dont on donnera le vecteur.
 - b) Caractériser l'isométrie f o g.
 - c) Soit K l'antécédent de J par f o g. Montrer que BCIK est un parallélogramme.

Exercice n°10 :

ABC est un triangle équilatéral direct.

$\Omega = S_{(AC)}(B)$ et $I = A * C$.

- 1) Soit r la rotation d'angle $\frac{\pi}{3}$ et telle que $r(A) = C$.
 - a) Déterminer le centre de r.
 - b) Construire $B' = r(B)$ déduire que $C = A * B'$.
- 2) On pose $\varphi = S_{(AB)} \circ r$.
 - a) Montrer que φ est une symétrie glissante.
 - b) Donner la forme réduite de φ .
- 3) Soit $J = B * B'$ et g l'antidéplacement tel que $g(A) = C$ et $g(B) = B'$.
 - a) Montrer que g est une symétrie glissante.
 - b) Construire $I' = g(I)$.
 - c) Déduire la forme réduite de g.