Pour vos cours en ligne, contactez-nous au 781177433

TS1 : Courbes paramétrées

Exo N° 1

1. Etudier et représenter graphiquement les courbes paramétrés ci-dessous)

a) $\begin{cases} x = \sin t \\ y = \dfrac{\sin t}{2+\cos t} \end{cases}$; $t \in IR$; b) $\begin{cases} x = \sin^3 t \\ y = \cos 3t \end{cases}$; $t \in IR$

c) $\begin{cases} x = 4\cos^2 t \sin^3 t \\ y = \left(3-2\cos^2 t\right)\cos^2 t \end{cases}$; $t \in IR$; d) $\begin{cases} x = a\cos^3 t \\ y = a\sin^3 t \end{cases}$; $t \in IR$, $a \succ 0$

e) $\begin{cases} x = a\sin t\cos t\left(-\cos t+\sin t\right) \\ y = a\sin t\cos t\left(\cos t+\sin t\right) \end{cases}$; $t \in IR$, $a \succ 0$

f) $\begin{cases} x = \dfrac{t^3}{(t+1)^2(t-1)} \\ y = \dfrac{t^3}{t^2-1} \end{cases}$; $t \in IR$; g) $\begin{cases} x = (t+2)e^{1/t} \\ y = (t-2)e^{1/t} \end{cases}$; $t \in IR$

h) $\begin{cases} x = (t-1)\ln(|t|) \\ y = (t+1)\ln(|t|) \end{cases}$; $t \in IR$; i) $\begin{cases} x = \dfrac{2t}{1+t^2} \\ y = \dfrac{2+t}{1-t^2} \end{cases}$; $t \in IR$

j) $\begin{cases} x = \dfrac{t}{t^2-1} \\ y = \dfrac{2+t}{(1-t)^2} \end{cases}$; $t \in IR$; k) $\begin{cases} x = \dfrac{t^3}{t^2-9} \\ y = \dfrac{3t^2}{1+3t} \end{cases}$; $t \in IR$

Exo N° 2 **Un rosage de quatre feuilles**

Soit $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ un repère orthonormal. Un point A sur l'axe des abscisses et un point B sur l'axe des ordonnées sont tels que AB = 1. On note M le projeté orthogonal de O sur [AB]. On se propose de déterminer le lieu géométrique (C) de M lorsque A et B se déplacent, chacun sur son axe.

1° On note (x, y) les coordonnées M et t une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{AB},-\vec{i}\right)$.

Montrer que (C) est l'ensemble des points M(t) de coordonnées

$\begin{cases} x = f(t) = \sin^2 t\cos t \\ y = g(t) = \cos^2 t\sin t \end{cases}$; $t \in IR.$

2° Pour tout t, comparer la position des points $M(t+2\pi)$ et $M(t)$ puis M(–t) et M(t), puis $M(\pi-t)$ et M(t) enfin $M\left(\dfrac{\pi}{2}-t\right)$ et M(t).

Télécharger à www.groupe-excellence.sn

Pour vos cours en ligne, contactez-nous au 781177433

En déduire qu'il suffit de faire l'étude pour $t \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ et construire la partie de la courbe de (C) correspondante. Indiquer les transformations qui permettent de compléter la courbe.

3° Etudier les variations des fonctions f et g sur $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$

4° Tracer la courbe (C) en précisant les points où la tangente est parallèle à l'un des axes, ainsi que les tangente à l'origine.

Exo N° 3 ***Strophoïde droite***

Le plan est muni du repère orthonormal direct $\left(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ}\right)$. On considère le cercle (C) de centre I et de rayon 1 et la droite Δ d'équation x = 1. Une droite variable d passant par O, coupe le cercle (C) en A et la droite Δ en A'.

*On note M le point de d tel que $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AA'}$. La courbe (S), lieu des points M lorsque la droite d varie, est une **strophoïde de droite.***

Paramétrage n°1

1° On note t la pente de la droite d.

Montrer que les coordonnées de M sont données par

$$\begin{cases} x(t) = \dfrac{t^2-1}{t^2+1} \\ y(t) = \dfrac{t\left(t^2-1\right)}{t^2+1} \end{cases} \quad ; \quad t \in IR.$$

2° a) Vérifier que (S) admet l'axe des abscisses pour axe de symétrie.

b) Etudier les variations des fonction $t \mapsto x(t)$ et $t \mapsto y(t)$ pour $t \in [0;+\infty[$ et construire la courbe (S).

3° Calculer la distance de M à la droite Δ, puis la limite de cette distance lorsque t tend vers $+\infty$. Interpréter graphiquement.

Paramétrage n°2

1° On note θ une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OA}\right)$. Montrer que les coordonnées de M sont données par : $\begin{cases} x(\theta) = -\cos 2\theta \\ y(\theta) = -\sin 2\theta + \tan\theta \end{cases} \quad ; \quad \theta \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[.$

(Evaluer l'angle $\left(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{IA}\right)$)

2° a) Vérifier que (S) admet l'axe des abscisses pour axe de symétrie.

b) Etudier les variations des fonction $t \mapsto x(t)$ et $t \mapsto y(t)$ pour $t \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ et construire la courbe (S).

3° Calculer la distance de M à la droite Δ, puis la limite de cette distance lorsque t tend vers $+\frac{\pi}{2}$. Interpréter graphiquement.

Télécharger à www.groupe-excellence.sn