

Groupe Excellence

Excellez avec les meilleurs professeurs !



Matière : Mathématique	Suites Numériques	Professeur : M. AMAR FALL
Groupe Excellence (cours en ligne)		Classe : TS2

Exercice 1 :

- Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telle que $u_n = \frac{3n+4}{n+3}$
 - Calculer les 3 premiers termes de cette suite.
 - Etudier la monotonie de cette suite.
 - Montrer que cette suite est minorée par $\frac{4}{3}$ et majorée par 3
- Soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ telle que $v_n = \frac{3n}{1+n+n^2}$
 - Calculer les 3 premiers termes de cette suite.
 - Etudier la monotonie de cette suite.
 - Montrer que cette suite est majorée par 1. En déduire qu'elle est bornée.
- Etudier la monotonie de $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ telle que $u_n = \ln\left(\frac{n+1}{n}\right)$

Exercice 2 :

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telle que $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n^2 - 2 \text{ si } n \geq 0 \end{cases}$

- Calculer u_1 ; u_2 et u_3 .
- Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on $u_n \geq 1$.
- Etudier le signe du trinôme $3x^2 - x - 2$. En déduire le sens de variation de $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

Exercice 3 :

Soient $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telles que $u_n = \frac{3^n - 6n + 4}{3}$ et $v_n = \frac{3^n + 6n - 4}{3}$

- On pose $a_n = u_n - v_n$

Groupe Excellence

Excellez avec les meilleurs professeurs !



- a. Montrer que la suite $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite arithmétique. En déduire sa monotonie.
- b. Calculer $a_0 + a_1 + \dots + a_{10}$
2. On pose $b_n = u_n + v_n$
 - a. Montrer que la suite de terme général b_n est une suite géométrique.
 - b. La suite $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est-elle monotone ?
 - c. Calculer $b_0 + b_1 + \dots + b_{10}$
3. En déduire les sommes $u_0 + u_1 + \dots + u_{10}$ et $v_0 + v_1 + \dots + v_{10}$

Exercice 4 :

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telle que $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n - 1}{2u_n + 5} \end{cases}$ si $n \geq 0$. On se propose d'étudier de deux méthodes la limite de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

1. 1^{ère} méthode

- a. Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $u_n \geq -\frac{1}{2}$.
- b. Etudier le sens de variation de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$. En déduire qu'elle est convergente puis déterminer sa limite.

2. 2^{ème} méthode : On pose $v_n = \frac{2u_n + 1}{u_n + 1}$

- a. Démontrer que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique, puis exprimer v_n en fonction de n .
- b. En déduire l'expression de u_n en fonction de n , puis calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

Exercice 5 :

(Bac 1999) :

Soient $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telles que $u_n = e^{1 - \frac{n}{2}}$ et $v_n = \ln u_n$

1. Montrer que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et le 1^{er} terme.
2. Montrer que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le 1^{er} terme.
3. On pose $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ et $P_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n$
 - a. Exprimer S_n et P_n en fonction de n .

Groupe Excellence

Excellez avec les meilleurs professeurs !



b. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} P_n$.

Exercice 6 :

1. Déterminer les valeurs de trois termes consécutifs x , y et z d'une suite arithmétique décroissante telles que $x + y + z = -4$ et $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{336}{9}$.
2. Déterminer les trois premiers termes d'une suite géométrique décroissante sachant que leur somme est 7 et le rapport du 3^{ème} terme au 1^{er} terme est $\frac{1}{4}$. Calculer la somme des 10 premiers termes de cette suite.

Exercice 7 :

(Bac 2013)

Le plan est muni d'un repère orthonormal direct $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$. S est la similitude directe de centre O , d'angle $\frac{\pi}{2}$ et de rapport $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Soit M le point d'affixe z et M' le point d'affixe z' avec $M' = S(M)$

1. Exprimer z' en fonction de z .
2. On définit la suite des $(M_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de la façon suivante :
$$\begin{cases} M_0 \text{ d'affixe } z_0 = 1 + i \\ M_n = S(M_{n-1}) \text{ pour } n \geq 1 \end{cases}$$

z_n est l'affixe de M_n , pour tout entier naturel n .

- a. Déterminer les affixes des points M_1 , M_2 et M_3 .
- b. Exprimer z_n en fonction de z_{n-1} pour $n \geq 1$.
- c. En déduire que $z_n = (i \frac{\sqrt{2}}{2})^n z_0$.
- d. Soit $a_n = |z_n|$. Montrer que a_n est le terme général d'une suite géométrique dont on précisera la raison et le 1^{er} terme.
- e. Etudier la convergence de la suite $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$

Exercice 8 :

Groupe Excellence

Excellez avec les meilleurs professeurs !



(Bac 2009)

1. a. Etudier les variations de la fonction f définie sur $] -1; +\infty[$ par $f(x) = 2 \ln(x + 1)$. Tracer sa courbe (C) dans le repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$, unité 2cm.

b. Démontrer que sur $[2; +\infty[$, la fonction l définie par $l(x) = f(x) - x$ est bijective et l'équation $l(x) = 0$ admet une solution unique α .

2. On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par
$$\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = 2 \ln(1 + u_n) \text{ si } n \geq 0 \end{cases}$$

a. Sans faire de calcul, représenter les 4 premiers termes de la suite sur le graphique.

b. Démontrer par récurrence que pour tout n , $u_n \geq 2$.

c. Montrer que pour tout x de l'intervalle $[2; +\infty[$, $|f'(x)| \leq \frac{2}{3}$

d. En déduire que pour tout n , on a : $|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{2}{3} |u_n - \alpha|$, que $|u_{n+1} - \alpha| \leq 2(\frac{2}{3})^n$ et que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers α .

e. Déterminer le plus petit entier naturel p tel que $|u_p - \alpha| \leq 10^{-2}$. Que représente u_p pour α ?

Pensée :

Etre belle c'est une chance mais être intelligente c'est un mérite et ne perds pas de vue que la beauté est décorative et n'accroche que le regard tandis que l'intelligence est définitive, accroche le cœur et capte les esprits.