Matière : Mathématique	**PRIMITIVES**	**Professeur** : M. SARR
Groupe Excellence (cours en ligne)		**Classe** : TS2

Exercice 1 : Détermination de primitives

Dans chaque cas, déterminer une primitive de la fonction f sur l'intervalle I.

1. $f(x) = 3x^4 - 2x^2 + x - 1$; $I = \boldsymbol{R}$
2. $f(x) = \frac{-3}{x^5}$; $I =]-\infty; 0[$
3. $f(x) = 2 + \frac{1}{x^3}$; $I =]0; +\infty[$
4. $f(x) = \frac{1}{(4-x)^2}$; $I =]4; +\infty[$
5. $f(x) = \frac{x}{\sqrt{4x^2-1}}$; $I = \left]\frac{1}{2}, +\infty\right[$
6. $f(x) = (3x+1)(\frac{3}{2}x^2 + x)^2$; $I = \boldsymbol{R}$
7. $f(x) = \frac{x^8+1}{x^2}$; $I =]0, +\infty[$
8. $f(x) = \frac{x^5+8x^4-1}{x^2}$; $I =]0, +\infty[$
9. $f(x) = (x^2 + \frac{1}{3})(x^3 + x)^4$; $I = \boldsymbol{R}$
10. $f(x) = x(x^2+1)^2 - \frac{2}{(4x-1)^2}$; ; $I = \left]-\infty; \frac{1}{4}\right[$

Exercice 2 : Détermination d'une primitive connaissant la condition initiale

Déterminer la primitive F vérifiant $F(x_0) = y_0$ pour chacune des fonctions f définies par :

1°) $f(x) = (2x - 1)^3$ et $F(0) = 0$.
2°) $f(x) = (2x - 1)(x^2 - x + 1)^4$ et $F(1) = 1$.
3°) $f(x) = \frac{x}{(x^2 - 1)^2}$ et $F(2) = 0$.
4°) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4x+8}}$ et $F(2) = 4$.

Exercice 3 :

1. Déterminer sur **R,** la primitive qui s'annule en 0 de la fonction f définie par $f(x) = \frac{x-1}{(x^2-2x+2)^2}$.
2. Déterminer sur $\left]\frac{3}{4}; +\infty\right[$ la primitive qui prend la valeur 2 en 1 de la fonction g définie par $g(x) = \frac{1}{\sqrt{4x-3}}$.

3. Soit f la fonction définie par $(x) = \frac{x^2+2x}{(x^2+x+1)^2}$. Déterminer sur **R**, une primitive de f, de la forme $\frac{ax+b}{x^2+x+1}$ puis donner toutes les primitives de f sur **R**.
4. Les fonctions F et G définies respectivement par $F(x) = \frac{2x^2-7x+3}{x-3}$ et $G(x) = \frac{2x^2-3x-9}{x-3}$ sont-elles des primitives d'une même fonction sur l'intervalle $]-\infty; 3[$?
5. Les fonctions définies respectivement par $F(x) = \frac{2x-1}{x^2-1}$ et $G(x) = \frac{x^3+x-1}{x^2-1}$ sont-elles des primitives d'une même fonction sur $]0; 1[$?

Exercice 4 :

1. Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2+3x+3}{(2x+3)^2}$. Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout $x \in$ **R** $\setminus \left\{-\frac{3}{2}\right\}$, $f(x) = \mathrm{a} + \frac{\mathrm{b}}{(2\mathrm{x}+3)^2}$ .En déduire toutes les primitives de f sur $]-1; +\infty[$.

2.Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{x+2}{(x+1)^4}$. Déterminer les réels a et b tels que pour tout $x \in$ **R** $\setminus \{-1\}$, $g(x) = \frac{\mathrm{a}}{(x+1)^3} + \frac{b}{(\mathrm{x}+1)^4}$. En déduire une primitive de g sur $]-\infty; -1[$.

Exercice 5 :

Soit la fonction f définie par : f (x) = sin x + x cos x.

1°) En posant u (x) = sin x et v (x) = x, montrer que f (x) se met sous l'une des formes remarquables du tableau des primitives donné dans le cours. En déduire une primitive de f sur ℝ .

2°) Soit g (x) = $\frac{1}{\sin^2 x}$. On pose : u (x) = cos x et v (x) = sin x.

Montrer que g (x) se met sous l'une des formes remarquables du tableau des primitives donné dans le cours. En déduire une primitive de g sur $]-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}[$.

3°) S'inspirer de ce qui précède pour déterminer une primitive des fonctions suivantes sur des intervalles que l'on précisera : h : $x \mapsto \frac{x\cos x - \sin x}{x^2}$ k : $x \mapsto \tan x + \frac{x}{\cos^2 x}$ m : $x \mapsto \sqrt{1+x^2} + \frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}}$

Exercice 6 :

1°) Déterminer une primitive sur $[0 ; \frac{\pi}{4}]$ de la fonction : $x \mapsto \frac{1}{\cos^2 x}$.

2°) On considère la fonction G, définie sur $[0 ; \frac{\pi}{4}]$ par : $G(x) = \frac{\sin x}{\cos^3 x}$.

Montrer que G est dérivable sur $[0 ; \frac{\pi}{4}]$ et que : $G'(x) = \frac{3}{\cos^4 x} - \frac{2}{\cos^2 x}$.

3°) En déduire une primitive sur $[0 ; \frac{\pi}{4}]$, de la fonction : $f : x \mapsto \frac{1}{\cos^4 x}$.

Exercice 7 :

Soient f, g et h les fonctions définies par : $f(x) = x^2 \cos x$; $g(x) = x^2 \sin x$; $h(x) = -2x \cos x$.

1°) On pose $U = g - h$. Calculer les dérivées de g, h, U.

2°) En déduire une primitive F de f sur $\mathbb{R}$.