Pour vos cours en ligne, contactez-nous au 781177433

CSPA — Année scolaire 2023 − 2024

CALCUL INTEGRAL

Cellule de mathématiques — Classe : TS_2

Exercice 1

Calculer les intégrales suivantes :

a) $\displaystyle\int_0^1 (-2x^2+5x+3)dx$

b) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2-3)dx$

c) $\displaystyle\int_1^4 |x-3|dx$

d) $\displaystyle\int_0^3 |x^2-3x+2|dx$

e) $\displaystyle\int_0^1 \frac{3x}{(x^2+1)^2}dx$

f) $\displaystyle\int_{-2}^1 \frac{x}{\sqrt{9-x^2}}dx$

g) $\displaystyle\int_3^0 xe^{-x^2}dx$

h) $\displaystyle\int_{-0}^2 \frac{e^x}{e^x+3}dx$

i) $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx$

j) $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x\cos x dx$

k) $\displaystyle\int_2^1 \frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}dx$

l) $\displaystyle\int_{\frac{1}{e}}^{e} \frac{\ln x}{x}dx$

Exercice 2

A l'aide d'une intégration par parties, calculer les intégrales suivantes :

a) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x+1)\cos x dx$

b) $\displaystyle\int_0^{\pi} (x-1)\sin 3x dx$

c) $\displaystyle\int_0^2 (2x+1)e^{2x}dx$

d) $\displaystyle\int_2^3 (2x+1)\ln x dx$

e) $\displaystyle\int_0^{\pi} x^2\cos x dx$

f) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2\sin 2x dx$

g) $\displaystyle\int_0^1 x^2e^x dx$

h) $\displaystyle\int_0^1 (1-x)^2e^{-x}dx$

i) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{x}{\cos^2 x}dx$

Exercice 3

Soit la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{2x+5}{(x+1)^2}$

a) Trouver les réels a et b tels que pour tout $x\neq -1$; $f(x)=\dfrac{a}{x+1}+\dfrac{b}{(x+1)^2}$

b) En déduire le calcul de $I=\displaystyle\int_0^3 \frac{2x+5}{(x+1)^2}dx$

Exercice 4

1. Démontrer que $\forall x\in[\frac{\pi}{2};\pi]$,
$$\frac{\sin x}{1+\pi^2}\leqslant\frac{\sin x}{1+x^2}\leqslant\frac{\sin x}{1+(\frac{\pi}{2})^2}$$

2. En déduire un encadrement de $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{sinx}{1+x^2}dx$

SERIE D'EXERCICES TS2

AMADOU LAMINE NDIAYE

Télécharger à www.groupe-excellence.sn

Exercice 5

On pose $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x+1)\cos^2 x dx$ et $J = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x+1)\sin^2 x dx$

a. Calculer $I+J$ et $I-J$

b. En déduire les valeurs de I et de J.

Exercice 6

On pose $I_1 = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{cosx}{1+2\sin x}dx$, $I_2 = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{1+2\sin x}dx$ et $I = I_1 + I_2$

1. Calculer I
2. Calculer I_1
3. En déduire I_2.

Exercice 7

1. Calculer $I_0 = \displaystyle\int_1^e x dx$
2. A l'aide d'une intégration par parties calculer $I_1 = \displaystyle\int_1^e x\ln x dx$
3. Soit $I_n = \displaystyle\int_1^e x(\ln x)^n dx$. Exprimer I_{n+1} en fonction de I_n.
4. Calculer $I_3 = \displaystyle\int_1^e x(\ln x)^3 dx$.

Exercice 8

On pose pour tout entier naturel n non nul :
$I_n = \displaystyle\int_1^e x^2(\ln x)^n dx$ et $I_0 = \displaystyle\int_1^e x^2 dx$

1. Calculer I_0
2. En utilisant une intégration par parties, calculer I_1.
3. En utilisant une intégration par parties, démontrer que $3I_{n+1} + (n+1)I_n = e^3 \qquad (1)$.
   En déduire I_2
4. a. Démontrer que pour tout entier naturel n non nul, I_n est positive.

   b. Déduire de l'égalité (1) que pour tout entier naturel n non nul, $I_n \leqslant \frac{e^3}{n+1}$.

   c. Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$

Exercice 9

Soient f et g des fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^x$ et $g(x) = 2e^{\frac{x}{2}} - 1$. On note par $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$ les courbes représentatives des fonctions f et g dans un repère orthogonal tel que $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2$.

1. Pour tout réel x, développer l'expression
   $(e^{\frac{x}{2}} - 1)^2$.
2. Déterminer la position relative des courbes $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$
3. Calculer en unité d'aire, l'aire du domaine compris entre les $(\mathcal{C}_f)$, $(\mathcal{C}_g)$ et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 1$